56368

Bielski Szymon
autor

obacz Bielski Vita str. 183.

ARYTMETYKA
PRAKTYCZNA.

Matema: Nº 755

ARYTMETYKA

PRAKTYCZNA

KROTKIM Y ŁATWYM SPOSOBEM

PRZEZ PYTANIA,

DLA WYGODY Y UZYWANIA

GOSPODARSKIEGO,

ZEBRANA.

W WARSZAWIE 1793.

w Drukarni J. K. Mci i Rzeczypospolitey
u XX. *Scholarum Piarum.*

T: 3.

56368
I

REIESTR

Rzeczy w tey Xiążce zawartych.

NAUKA

O Arytmetyce w powszechności, i o liczb podziale.

ROZDZIAŁ I.

ROZDZIAŁ II.

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyższey Arytmetyki.

ROZDZIAŁ IV.

O Wyciąganiu Sciany.

ROZDZIAŁ V.

O Skokach liczb, czyli progressyach, i o ich Regułach.

Na końcu Tablice Reiestrowe.

NAUKA

NAUKA

O Arytmetyce w powszechności, i o liczb podziale.

1. CO iest Arytmetyka?

Jest nauka o liczbie i o rachunkach. Liczba, iest to wielość z iedności zebrana: iak 2. 3. 4. 5. Pięć składa się z pięciu iedności. Rachunki zaś, są to teyże liczby użycie i pożyteczność.

2. Wieloraka iest liczba?

Dwoiaka: Rzymska czyli Kościelna, i pospolita czyli Arabska.

3. Wiele liczba pospolita zamyka w sobie charakterów, czyli figur Arytmetycznych?

Liczba Arabska zamyka w sobie figur dziewięć; to iest: 1. 2. 3. 4 5 6. 7. 8. 9. i zero, to iest: 0. która sama przez się nic nieznaczy, ale dodana do inney liczby, tyle ią dziesiątkami pomnaża, ile liczba przed nią położona zamyka w sobie iedności. Tak n. p. (10) iedno i zero, znaczy dziesięć. (30) trzy i zero, znaczy trzy dziesiątki, czyli trzydzieści; bo 3. przed zero położone, składa się ze trzech iedności.

4. Z wielu figur czyli liter składa się liczba Kościelna?

Z tych siedmiu liter większych: I. V. X. L. C. D. M. I. znaczy iedno. V. znaczy pięć. X. znaczy dziesięć. L. znaczy pięćdziesiąt. C. znaczy sto. D. znaczy pięćset. M. znaczy tysiąc. Tysiąc pisze się ieszcze tak CIƆ. albo tak: ∞.

5. Jak się ta liczba pomnaża?

Pomnaża się, kładąc iednę figurę po drugiey, n. p. III. znaczy trzy. XX. znaczy dwadzieścia. XXXVII. znaczy trzydzieści siedm. LXX. znaczy siedmdziesiąt. CCCXII. znaczy trzysta dwanaście. DC. sześćset. MCC. tysiąc dwieście.

Umnieysza się zaś kładąc mnieyszą figurę przed większą n. p. IV. znaczy cztery. IX. znaczy dziewięć. XXIX. znaczy dwadzieścia dziewięć. XL. znaczy czterdzieści. XC. dziewięćdziesiąt. CD. czterysta. Pospoliciey iednak czterysta piszą się tak: CCCC.

6. Wielorako się liczby dzielą?

Czworako. I. Na liczbę prostą i składaną. II. Na liczbę parzystą i nieparzystą. III. Na liczbę iednego, i na liczbę różnego gatunku. IV. Na liczbę całkowitą i liczbę łamaną.

Liczba prosta iest ta: która się z iedney tylko figury składa. n. p. 2. 5. 7. 8. Składana zaś iest ta: która się z kilku figur Arytmetycznych składa: n. p. 10. 20. 96. 125.

Liczba parzysta iest ta: która na dwie równe części, czyli przez dwa spełna dzielić się może: n.p. 2. 4. 6. 8. 10. 12.

Liczba nieparzysta iest ta: która się na dwie części równe spełna dzielić nie może: n. p. 3. 5. 7. 11. 13. 17.

Liczby iednego gatunku są te: które wyrażaią rzeczy iednego rodzaiu n. p. same złote, same funty, same łokcie.

Liczby różnego gatunku są te: które znaczą rzeczy różnego między sobą rodzaiu: n.p. złote, grosze, szelągi. Albo: dni, godziny, minuty. Alboli: łokcie, ćwierci i. t. d.

Liczba

Liczba całkowita iest ta : która mi rzecz całą wyraża : n. p. cały złoty, cały dzień, cały łokieć.

Liczba zaś łamana iest ta : która mi część tylko rzeczy iakiey wyraża : n. p. trzecią część złotego, ćwierć łokcia ; i wyraża się dwoma liczbami, z których iedna pisze się nad liniyką, a druga pod liniyką : n. p. $\frac{1}{3}$ iednego złotego, znaczy groszy 10 ; $\frac{1}{4}$ iednego łokcia, znaczy iednę ćwierć łokcia.

7. Wiele iest powszechnych Arytmetyki części ?

Jest ich pięć : to iest : rachuba, albo liczenie (*Numeratio*) dodawanie (*Additio*) odsymowanie (*Subtractio*) mnożenie (*Multiplicatio*) dzielenie (*Divisio*) Lubo właściwie mówiąc, rachuba nie powinnaby się nazywać częścią, ale początkiem i fundamentem całey Arytmetyki ; bo ta w każdą Arytmetyki cząstkę wpływa, i bez niey żadna Arytmetyczna robota obeyść się nie może ; bo kto dodaie, rachuie ; kto liczbę rozmnaża, rachuie, i tak daley.

ROZDZIAŁ I.

O rachunkach liczb całkowitych iednego i różnego gatunku.

§ I.

O Rachubie albo liczeniu.

1. CO iest liczenie ?

Jest wyrażenie ceny daney liczby ; tak 12. znaczy dwanaście.

2. Co trzeba wiedzieć. aby cenę daney liczby należycie wyrazić?

Naprzód: Potrzeba wiedzieć: że każda liczba, bierze swoie znaczenie od mieysca, na którem leży. Tak liczba położona na pierwszem mieyscu od prawey ręki, znaczy iedności. Położona na drugiem, znaczy dziesiątki; na trzeciem: sta; na czwartym: tysiące; na piątym: dziesiątki tysięcy; na szóstym: sta tysięcy; na siodmym: milliony; na osmym: dziesiątki millionów; na dziewiątym: sta millionow; na dziesiątym: tysiące millionów, i tak daley.

Powtóre: Do łatwego liczby daney wyrażenia, wiele pomoże, całą owę liczbę, zacząwszy od prawey ręki, na cząstki podzielić kryskami tak, aby w każdey przedziałce trzy liczby zamykały się. Po każdey takowey krysce, idą sta, ztą różnicą; iż po pierwszey krysce, od prawey ręki, idą sta proste, po drugiey sta tysięcy; po trzeciey sta millionów, i. t. d.

Potrzecie: Jeżeli liczba do zrachowania dana będzie obszernieysza, trzeba prócz tego, nad każdą liczbą siodmą, zaczynaiąc zawsze rachować od liczb poiedynczych, kłaść kryskę; nad pierwszą siodmą 1. nad drugą 2. nad trzecią 3. i tak daley. Jedna kreska będzie znaczyła milliony, dwie: billiony, trzy: tryliony, i. t. d.

Niechay będzie liczba następuiąca dana do zrachowania:

'' '
5,925,624,970,503.

Tę liczbę namienionym dopiero sposobem dzielę, i mam pięć przedziałek; że zas piąta

prze-

przedziałka ma tylko iednę figurę, znać, że tam nie masz stów i dziesiątków. Potem nad każdą liczbą siodmą kładę znak millionowy; w piątey przedziałce przypadaią billiony. Y tak daną liczbę wymawiam: Pięć billionów, dziewięćset dwadzieścia pięć tysięcy millionów, sześćset dwadzieścia cztery milliony, dziewięćset siedmdziesiąt tysięcy, pięćset trzy złote.

3. Czém te mieysca napełniać, które się w wymawianiu liczby opuszczaią?

Napełniać ie potrzeba zerami. Tak gdy mam wyrazić: dwa milliony, pięćset cztery tysiące, trzydzieści sześć złotych; ponieważ w tym przykładzie nie masz dziesiątkowych tysięcy, i stów prostych, zaczem na ich mieyscu kładę zera, i tak daną liczbę piszę:

2,504,036.

Podobnież: dwadzieścia millionów, sto trzydzieści tysięcy, czternaście złotych, chcąc wyrazić, mieysca opuszczone zerami dopełniam, i tak piszę:

20,130,014.

§. II.
O Dodawaniu liczb tak iednego, iako i różnego gatunku.

4. CO iest dodawanie czyli Addycya?

Jest to wielu liczb w iednę summę zebranie np. 2 a 3, a 5, czynią 10.

5. Jak się w Addycyi terminy zowią, i iak się układaią?

1. Liczby, które maią bydź zbierane, zowią się liczby dane. Liczba zaś, która z ze-

brania wynika, zowię się kwota, albo summa ieneralna. Że tedy summa powszechna z liczb danych, iak z części swoich istotnie składa się, stąd wynika, iż części owe spełna w niey mieścić się powinny, tak żeby w summie powszechney, nic ani mniey, ani więcey nad nie, nie znaydowało się. Tak biorąc wspomniony przykład: w summie ieneralney 10, nie więcey, ani mniey się znayduie nad dwa, trzy i pięć, i wszystkie te części z niey odciągnąwszy, summa cała bez żadney reszty niknie.

II. Liczby dane porządnie układaią się iedna pod drugą, to iest: iedności pod iednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, sta pod stami, tysiące pod tysiącami, tym końcem, żeby się tysiące z dziesiątkami, albo z iednościami przez omyłkę niepomięszały.

III. Liczby do zebrania dane tym sposobem ułożywszy, liniyką ie podkreślam, pod którą summę powszechną pisać będę; czem się stanie, iż summy ieneralney z częściami iey nie zmięszam.

6. Jak się odprawuie Addycya?

Liczby dane, od prawey ręki zacząwszy, zbieram kolumnami do góry; to iest: naprzód zbieram iedności, i piszę pod iednościami; potem sta, i piszę pod stami, i tak daley. Jeżeli liczby z jedney kolumny zebrane, więcey wynoszą nad dziewięć, to liczbę ostatnią od prawey ręki, czyli poiedyńczą pod liniyką piszę, a dziesiątki razem z następuiącą kolumną zbieram, czyli dodaię:

Przykład I. Chcąc wiedzieć ile lat od założenia Rzymu upłynęło aż do roku 1793. uważam, iż według Warronna, Rzym był założony na lat 753. przed Narodzeniem Chrystu-

sa; od Chrystusa zaś Narodzenia do roku danego upłynęło lat 1793. Układam więc te liczby tak:

Liczby	753
dane	1793
Summa	2546.

Zbieram dane liczby, zaczynaiąc od kolumny pierwszey liczb poiedynczych, i mówię: trzy a trzy, czynią 6, piszę te 6 pod kolumną liczb poiedyńczych. Potem idę do kolumny dziesiątków, i mówię: 9 a 5, czynią 14, piszę pod drugą kolumną 4, a iedno do następuiącey przenoszę, i mówię: 1 które się zostało, a 7, to 8 a 7, to 15, piszę pod trzecią kolumną 5, a iedno przenoszę do następuiącey kolumny, i mówię: 1 a 1, są 2, które piszę pod ostatnią kolumną. Tym sposobem dane liczby w jednę summę zebrałem, która czyni: dwa tysiące pięćset, czterdzieści sześć lat. Tyle więc lat od założenia Rzymu do roku danego upłynęło.

Przykład II. Chcąc wiedzieć, iak dawno świat stoi, tak sobie postępuię:

Od stworzenia świata do potopu wyszło lat - - - -	1656.
Od potopu do zbudowania Kościoła Salomonowego - - -	1344.
Od zbudowania Kościoła Salomon: do Narodzenia Chrystusa lat -	1000.
Od Narodzenia Chrystusa do roku danego - - - -	1793.
Zebrane dane liczby czynią lat: -	5793.
Od Stworzęnia więc Swiata do roku danego; upłynęło iuż lat: -	5793.

Do-

Dotąd o dodawaniu liczb iednego gatunku mówiliśmy, teraz mówić będziemy o zbieraniu liczb różnego gatunku.

7. Jak się czyni Addycya w liczbach różnego gatunku?

1. Tak iako w liczbach iednegoż gatunku; na to tylko, prócz zwyż opisanego, co do układania liczb porządku, pomnieć ieszcze potrzeba; ażeby liczby tegoż samego gatunku porządnie iedne pod drugiemi w swoich kolumnach pisane były, iako się to zaraz w przykładach pokaże.

11. Jeżeli liczby niższego gatunku zebrane, wystarczaią na złożenie liczby wyższego gatunku, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich mieyscu pod niższym gatunkiem piszę resztę, od złożenia wyższych liczb pozostałą, albo też zero 0, lub kropkę, kiedy reszty żadney niemasz. Daymy następuiący przykład:

	złote.	grosze.	szelągi.
Raz wydałem	12	10	2
Drugi raz	6	24	1
Trzeci raz	15	9	2
Summa wydatku	34	14	2

Znoszę dane liczby, zaczynaiąc od nayniższego gatunku, który tu iest szelągów, i mówię: dwa a ieden, są trzy, a dwa, to pięć. Pięć szelągów czynią grosz 1. i szelągów 2. które pod kolumną szelągów podpisuię, a grosz 1. przenoszę do groszów, i mówię: ieden grosz z zebranych szelągów, a 9, to 10, a 4, to 14, podpisuię 4. pod iednościami groszów, a dziesiątek 1. do dziesiątków przenoszę, i mówię: 1 a 2, są 3, a 2, są 5, piszę

szę całe 54. na stronie. A że 54 grosze, czynią mi złoty 1. i groszy 24. więc 24 pod groszami podpisuię, a złoty ieden do złotych przenoszę, i mówię: 1. złoty pozostały, a 5, są 6, a 6, są 12, a 2, są 14, piszę 4 pod iednościami złotych, a ieden dziesiątek znoszę z następuiącą kolumną dziesiątków, i mówię: 1, a 1, są 2, a 1, są 3, piszę 3 pod ostatnią kolumną ku lewey ręce. Wychodzi tedy summa wydanych pieniędzy następuiąca: złotych 34. groszy 24. szelągów 2.

8. Kiedy ściany do zebrania dane bądą bardzo długie, iak sobie ułatwić Addycyą?

Gdy ściany do zbierania dane będą arcy długie, iak się trafia w reiestrach, które się ścianami zbieraią, tak iż liczb w jedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obiąć trudno, w ten czas ułatwiaiąc sobie Addycyą, dzielę ścianę iednę na kilka podziałów. Te przedziały naprzód w summy cząstkowe zbieram, a potém też summy cząstkowe w jednę ieneralną summę znoszę. Oto wizerunek tego w następuiącym przykładzie:

złote.	grosze.	szel.	
20	15	1	Pierwszy przedział
136	24	2	Summa cząstkowa
85	10	2	z niego.
14	6	2	
9	16	-	zł. gr: sz:
12	9	1	278 22 2.
34	17	1	
16	6	2	Drugi przedział
7	-	-	Summa cząstkowa
38	25	2	z niego.

5	26	1	
52	20	2	
15	15	2	
64	18	1	
19	27	2	zł: gr: sz:
6	21	-	235 29 1.
złote.	grosze.	szel.	
43	14	1	
7	21	2	Trzeci przedział Summa cząstkową z niego.
10	5	-	
13	12	1	
4	9	1	
14	15	-	
20	10	2	zł: gr: szel:
2	15	-	116 13 1.
631	5	1	Summ: całkowita z summ cząstkowych zebrana.

9. Jaki ieszcze bydź może sposób łatwego zbierania ścian choćby naydłuższych?

Ten następuiący: Zaczynam zwyczaynie rachować od ostatniego gatunku, i wszędzie, gdzie liczby dodane wynoszą dziesięć, na boku kładę kryskę, lub też na inszym papierze, zwłaszcza, gdy reiestra znoszę, resztę od dziesiątka pozostałą, z dalszemi liczbami dodaię. Całą kolumnę skończywszy, to co się nad ostatni dziesiątek zostaie, pod tąż kolumną piszę. Dziesiątków do przeniesienia na drugą kolumnę tyle mam, ile iest kryśek na papierze naznaczonych. Dziesiątki zaś proste, do dziesiątków prostych dodaię, dziesiątki stów, do stów, dziesiątki tysięcy, do tysięcy it.d. Na koniec z dziesiątków niższego gatunku, tyle liczb

wyź-

wyższego gatunku, ile można, złożywszy, resztę pod kolumną dziesiątkową podpisuię: np.

złote.	grosze.	szel:	Dodaię złote.	
240	24-	2	326	Liczby pozostałe na dziesiątki.
12	15	-	IIIII	
126-	18	1	2 3	Trzy kryski zebrane z pierwszey kolumny złot: Dwie z drugiey kolumny złot:
54	27-	2		
83	12	1	556	
15-	9-	2		
4	26	1		
18-	8-	-		
556	22	-		

10. Jaka iest Addycyi proba?

Proba Addycyi gruntowna i niezawodna czyni się przez Subtrakcyą, o którey że iescze nauki niedało się, więc tę probę niżey wyłożymy, gdy Subtrakcyi robienia sposób ukazany będzie.

Inni doświadczaią Addycyi przez wyrzucenie każdey liczby dziewiątey, tak z liczb do zebrania danych, iako i summy; ale ten sposób doświadczania, iż często bywa mylny, dla tego się opuszcza.

Naypowszechnieysza Addycyi proba, i która się w zbieraniu liczb reiestrowych pospolicie zachowuie, iest ta: powtórzyć z uwagą toż samo dodawanie, odmieniaiąc tryb rachowania, to iest: zbieraiąc kolumny z góry na dół, ieśli się wprzód z dołu do góry zbierały. Jeżeli taż sama summa wypadnie, znak iest dobrze i należycie uczynionego dodawania. Jeżeliby zaś summa różna wypadła, to trzeba ieszcze ponowić dodawanie, póki się summy z sobą nie zgodzą. Nieobiaśniamy przykła-

dem

dem tego sposobu proby, bo sam przez się iest iasny.

Insze doświadczenia Addycyi sposoby, które się w Arytmetykach znayduią, pomiiamy, iako bardziey Szkolne niż użyteczne.

§. III.
O Odeymowaniu liczb tegoż samego, i różnego gatunku.

11. CO iest odeymowanie, czyli Subtrakcya? Jest odciągnienie liczby mnieyszey od większey. Albo: iest wynalezienie między dwiema danemi liczbami przewyżki, czyli różnicy, którą liczba większa, liczbę mnieyszą przewyższa. Naprzykład: odciągaiąc 2 od 5 szukam takiey liczby, którą 5 i 2 między sobą różnią się; to iest: która dodana do 2. czyni 5. a odięta od 5, czyni 2. iaka w teraźnieyszym przykładzie iest 3.

12. Jak się terminy w Subtrakcyi zowią, i iak się kładą?

I. W subtrakcyi ta liczba, od którey odciągam, zowie się: większa; ta którą odciągam, zowie się mnieysza. Liczba z odciągnięnia wypadaiąca, zowie się reszta, różnica, albo przewyżka. Liczby do odciągnięnia dane, obiedwie iednegoż gatunku bydź powinny, inaczey odciągnąćby się nie mogły. Liczba albowiem mnieysza iest częścią liczby większey, część zaś zawsze powinna bydź podobna rzeczy tey, którey iest częścią.

II. Liczba większa kładzie się na wierzchu; liczba zaś mnieysza, kładzie się na spodzie, zachowuiąc w ułożeniu liczb tenże sam porządek,

rządek, co i w Addycyi; potem obiedwie te liczby liniyką się podkryślaią.

13. Jak się daley robi Subtrakcya?

I. Ułożywszy należycie liczby odciągam, zacząwszy od końca, kolumnami, iedności od iedności, dziesiątki od dziesiątków, sta od stów. Jeżeliby zaś na mieyscu wyższym było zero, lub liczba mnieysza od niższey, którą mam odciągać, w ten czas z następuiącey kolumny pożyczam dziesiątka, i tę liczbę, od którey pożyczałem, naznaczam dla pamięci kropką, Pożyczaiąc od liczby wyższey, ta zmnieysza się iednym; przeciwnie zaś liczbie niższey iedno przyrasta, gdy od niey pożyczam Gdyby zaś w rzędzie wierzchnym było zero, od którego trzebaby mi pożyczać, albo ciągiem kilka zerów, to posiągam się aż do liczby rzetelney, i pożyczam iednego dziesiątka, to iest: albo sta, albo tysiąca; pierwsze zero w ten czas, od prawey ręki będzie znaczyło dziesięć, insze zaś zera, aż do liczby rzetelney, będą znaczyły po dziewięć.

II. Odciągnąwszy liczbę niższą od wyższey, gdy się nic niezostaie, przy początku rachuby od prawey ręki, kładę zero o, przy końcu zaś od lewey, kładę liniykę podługowatą.

Przykład I. Chcąc wiedzieć, iak dawno w Polszce sól ziemna wynaleziona; przypominam sobie z Historyi, iż była odkryta za Bolesława Wstydliwego Roku P. 1251. Kładę tedy na wierzchu rok np. 1793. a na spodzie rok wzmiankowany 1251. w ten sposób:

Liczba większa	1793.
mnieysza	1251.
Reszta	542.

Jest

Jest tedy 542. lat, iak sól w Bochni iest odkryta.

Przykład 11. Złączenie Litwy z Polską zupełne i wieczyste stanęło w Lublinie za Zygmunta Augusta Roku 1569. Chcąc wiedzieć wiele lat wyszło od tego złączenia do roku 1793. kładę w pierwszym rzędzie Rok dany 1793. a w drugim Rok wspomniony tak:

Liczba większa	1793.
mnieysza	1569.
Reszta	224.

W tym drugim przykładzie zaczynaiąc robotę, ponieważ 9. od 3. odciągać nie mogę, zaczem pożyczam dziesiątka od następuiącey liczby w drugiey kolumnie, to iest od 9. które naznaczam kropką dla pamięci, i mówię: 9. od 13. zostaie się 4. które pod iednościami niżey liniyki piszę. Potem mówię: 6 od 8, zostaie się 2, piszę te 2. pod drugą kolumną. Daley mówię: 5. od 7, zostaie się 2, piszę te dwa pod trzecią kolumną. Nakoniec mówię: 1 od 1, zostaie się nic, kładę pod ostatnią kolumną liniykę podługowatą, bo iuż więcey liczb niemasz do odciągania. Dochodzę tedy, iż do roku danego iest 224 lat, iak Litwa ściśle z Polską złączona.

14. Jeżeli liczb cząstkowych do odciągnienia z summy ieneralney danych będzie kilka, co na ten czas czynić potrzeba?

Na ten czas wszystkie liczby cząstkowe do odciągania dane, wprzód w iednę summę zbieram, toż dopiero summę z nich zebraną, od summy ieneralney odciągam, sposobem

wyż-

wyżey przepisanym : np. Wziął kto na expens złotych - - - 164.

Z tych wydał raz :	-	25.
drugi raz :	-	30.
trzeci raz :	-	12.
czwarty raz :	-	56.

Chce wiedzieć wiele mu się ieszcze pieniędzy na expens zostaie.

Cząstkowe summy zbieram w iednę, mam zł: - - - 123.

Teraz odciągam od summy ieneralney 164.
123.

Reszta pieniędzy na expens zł: 41.

Ale iuż pódźmy do odciągania liczb różnego gatunku.

15. Kiedy liczby różnego gatunku dane będą do odciągania, iak się czyni Subtrakcya?

Tak iak w liczbach iednego gatunku. Na to tylko baczność mieć należy, ażeby gatunki pod gatunkami, iak w Addycyi, porządnie pisane były. To uczyniwszy gatunek od gatunku odciągam, a resztę pod kolumnami swoiemi podpisuię. Jle razy zaś liczba niższa, większa będzie od wyższey w tym samym gatunku, a zatem odciągnąć się nie może, w ten czas z następuiącego wyższego gatunku, pożyczam iedności, i sprowadziwszy ią na tenże sam gatunek, który odciągam, znoszę to z liczbami w tymże samym gatunku na mieyscu wyższem będącemi, i dopiero od nich liczbę niższą odciągam. Jaśniey w następuiących przykładach to się okaże:

Przykład 1. Piotr winien Pawłowi złotych 64. gr: 12. Wypłacił mu iuż złot: 36. gr: 15. szel:

szel: 2. Chcę wiedzieć ile mu ieszcze winien? Kładę większą liczbę w pierwszey linii, a mnieyszą w drugiey, tak:

	złote.	grosze.	szel.
Liczba większa:	64	12	-
Liczba mnieysza:	36	15	2
Reszta długu:	27	26	1

W tym przykładzie, ponieważ na mieyscu wyższem w ostatnim gatunku, szelągów niemasz, pożyczam więc od wyższego gatunku, to iest: od groszy, grosza 1. który na 3. szelągi obróciwszy, odciągam od nich szelągi 2 na mieyscu niższem położone, zostaie się szeląg 1. który piszę pod kolumną szelągów. Potem pomykam się do wyższego gatunku groszów. A ponieważ 5. groszy od 1. (gdyżem iuż od 2 iednego pożyczył) odciągać nie mogę, pożyczam dziesiątka, i mówię: 5. od 11. zostaie się 6 które piszę pod pierwszą kolumną groszy. W drugiey kolumnie groszów, ponieważ iuż nic na mieyscu wyższem niemasz (gdyżem iednego dziesiątka, który tam był, iuż pożyczył) i iednego, który leży na mieyscu niższym, odciągać nie mogę; zaczem od kolumny złotych pożyczam złotego iednego, i sprowadzam go na groszy 30, toż ieden dziasiątek na dole leżący od 3 odciągam, i zostaię się 2, które piszę pod dziesiątkową groszy kolumną. Naostatek idę do złotych, i ponieważ 6, od 3. odciągnąć nie mogę (bom od 4. pożyczył 1) pożyczam od następuiącey kulumny złotych, dziesiątka, i mówię: 6 od 13, zostaie się 7. które piszę pod liniyką; potem: 3. od 5. zo-

staie

staie się 2, które także piszę pod liniyką, postępuiąc ku lewey; i mam wypadaiącą resztę należącego długu: złotych 27. groszy 26. szeląg 1.

Przykład II. Dano mi na expens złot: 85. Z tych wydałem złotych 54, gr: 24. szeląg 1. Pragnę wiedzieć, wiele mi się ieszcze zostaie?

	złote	grosze	szel:
Liczba większa	85.	-	-
Liczba mnieysza	54	24	1.
Reszta pieniędzy:	39	5.	2.

W tym przykładzie, ponieważ summa większa nie ma groszy, ani szelągów w szczególności wyrażonych, od którychbym grosze i szelągi w mnieyszey liczbie położone odciągnął, przeto w summie większey, od złotych iednego złotego pożyczam, i obracam go na groszy 30. Z tych 30 groszy, biorę znowu grosz 1, i obracam go na 3. szelągi; tym sposobem, mam iuż od czego odciągać wszystkie gatunki w niższey liczbie położone; właśnie iak gdyby liczba większa tak była wyrażona: dano mi złotych 84. groszy 29 szelągów 3. Potém czyni się Subtrakcya sposobem wyżey podanym.

16. Na co ieszcze w odeymowaniu wzgląd mieć potrzeba?

Na to: kiedy się trafi, iż summa zebrana z liczb danych do odciągnienia, przewyższa summę, od którey należałoby odciągać, co się często w reiestrach expensowych trafiać zwykło; w ten czas ułożenie liczb odmieniam tak, żeby summa ieneralna drugie mieysce trzymała; bo w tym razie nie szukam reszty,

ale wydatku nad samę perceptę : n. p. Wziąłem na expens złotych 147. groszy 15. Wydałem zaś złotych 167. groszy 20.

Układam tak :	złote	grosze
	167	20.
	146	25.
Wydałem nad perceptę :	21	5.

17. Jak się doświadcza Subtrakcya ?

Doświadczenie Subtrakcyi należycie uczynioney naygruntownieysze, czyni się przez dodanie liczby mnieyszey i różnicy, czyli reszty, która summa liczbie większey równa bydź powinna. W subtrakcyi albowiem liczba mnieysza, która się od liczby większey odciąga, i reszta po odciągnieniu pozostała, są dwie części istotne, z których liczba większa, od którey odciągamy, składa się. Zaczém summa z tych dwoch części między sobą zniesionych wynikaiąca, daney liczbie większey we wszystkim równa bydź powinna : ieżeli zaś z nią nie zgadza się, znak iest omyłki iakieysiś w Substrakcyi. Doświadczenie to zasadza się na owey prawdzie Jeometryczney : Rzecz cała równa iest wszystkim swoim częściom wraz wziętym ; i wszystkie części wraz wzięte, wyrównywaią rzecz całą, którey są częściami. Niech będzie przykład następuiący :

	złote	grosze	szel.
Percepta - -	45	24	1.
Expensa - -	32	12	2.
Reszta - -	13	11	2.
Summa reszty z liczbą mnieyszą zniesioney :	45	24	1.

Insze Subtrakcyi proby, iako mniey potrzebne, pomiiam.

18. Jak się doświadcza Addycya przez Subtrakcyą o czem wyżey (na kar: 11.) namieniłem?

Sposobem następuiącym: po uczynioney Addycyi, iednę z liczb poiedynczo danych odcinam, a wszystkie insze, prócz niey zbieram, i od kwoty, czyli summy ieneralney odciągam. Reszta od summy po odciągnięniu pozostała, powinna bydź równa we wszystkich swoich częściach liczbie owey iedney z liczb danych odiętey, inaczey, znakby był Addycyi źle uczynioney, zasada tego doświadczenia ta iest: w Addycyi liczby do zniesienia dane, wszystkie w summie ieneralney zamykaią się, a zatem summy owey tę częściami tak, że z nich cała istotnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nic innego nie iest, tylko pokazać, iż summa ieneralna wszystkie liczby dane spełna w sobie zamyka, a zatém liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie iest równa. To doświadczenie zasadza się na owey prawdzie niezawodney ieometryczney: Jeż li z danych dwoch summ, lub rzeczy iakickolwiek we wszystkim sobie równych, odcięte będą inne we wszystkim między sobą równe summy lub rzeczy, resztty od nich pozostałe równe bydź powinny. Jako następuiący przykład ukazuie i stwierdza:

	złote	grosze	szel.
Odcinam: - -	24	12	2.
Zbieram: - -	10	15	1.
	3	21	2.
Summa ieneralna:	38	19	2.

	złote	grosze	szel.
Zbiór dwóch liczb niższych: -	14	7	—
Reszta: -	24	12	2.

W tym przykładzie ze trzech liczb do zniesienia danych, odciąwszy n. p. pierwszą, a drugie dwie razem zebrane od summy ieneralney odciągnąwszy, reszta wypadaiąca, liczbie pierwszey odciętey równa się zupełnie.

Przestroga. Com wyżey w Addycyi powiedział, to samo teraz powtarzam, iż naylepszy i naypospolitszy sposób doświadczania reguł Arytmetycznych należycie uczynionych iest, po uczynioney pierwszey rachubie, drugi raz unęż z zupełną powtórzyć uwagą, rachuiąc z góry na dół, ieżeli się przedtem z dołu rachowało.

§. 4.

O mnożeniu liczb iednego i różnego gatunku.

19. CO iest mnożenie, czyli multyplikacya?

Jest iedney liczby przez drugą pomnożenie, z których liczb iedna tyle razy się powiększa, ile razy w drugiey mieści się iedno. Na przykład: mnożyć 3. przez 2. nic innego nie iest, tylko wynaleść taką liczbę, w którey tyle razy mieści się 3. ile razy w 2. mieści się iedno, iaka liczba w tym razie będzie 6. bo iako iedno w 2, tak 3 w 6, dwa razy spełna zamyka się.

20. Jak się liczby, czyli terminy w mnożeniu zowią i iak się kładą?

W mno-

W mnożeniu ta liczba, która się rozmnaża, zowie się: liczba mnożna; ta zaś, przez którą rozmnażam, zowie się mnożyciel. Summa z tego mnożenia wynikaiąca, zowie się: produkt, albo wieloczyn. Liczba tedy mnożna kładzie się na wierzchu; mnożyciel zaś kładzie się na spodzie tak, aby iedności iednościom, dziesiątki dziesiątkom, sta stom odpowiadały. Potém obydwie te liczby liniyką podkryślaią się. Zera na końcu liczby tak mnożney, iako i mnożyciela, ieśli się iakie znayduią, można przed multyplikacyą odciąć, a potém do produktu na końcu oneż przydać.

21. Jak się odprawuie mnożenie?

1. Biorę poiedynczo liczby mnożyciela, i przez wszystkie z osobna rozmnażam wszystkie liczby w wyższym rzędzie położone; zaczynaiąc mnożyć od końca, i produkt z nich wypadaiący niżey liniyki pod kolumnami odpowiadaiącemi tak, iak w Addycyi, piszę. Y gdy wyższą liczbę mnożę przez iedności, produkt zaczynam pisać pod kolumnami iedności, gdy przez dziesiątki, produkt pisać zaczynam pod dziesiątkami, gdy przez sta, to produkt zaczynam pisać pod stami, postępuiąc coraz ku lewey ręce.

2. Jeżeli produkt dla wielu liczb w mnożycielu, w wielu zamyka się summach, te znowu liniyką podkryślam, i w jednę summę zbieram, która pokaże mi produkt ieneralny.

Przykład 1. Pytam się: Talerów bitych 45. wiele złotych Polskich uczynią? Ponieważ w jednym talerze iest złotych 8. więc przez 8. daną summę talerów bitych rozmnażam tak;

Liczba

Liczba mnożona	45.
mnożyciel	8.
Produkt : - -	360.

Zaczym Talerów bitych 45. czynią złotych 360.

Przykład 2. Na ieden tydzień expensuiąc złotych 12, chcę wiedzieć, wiele wydam za tygodni 52? Układam liczby tak :

52	Mnożna liczba.
12	Mnożyciel.
104	
52	
624	Produkt.

W tym przykładzie, podkryśliwszy ułożone liczby liniyką, zaczynam robotę od ręki prawey, i mówię: dwa razy dwa, są cztery, i kładę 4. pod kolumną iedności. *Powtóre*: mówię: dwa razy pięć, są 10, piszę całe 10 pod kolumną dziesiątków, wystęnuiąc iednym ku lewey ręce. *Potrzecie* : biorę drugą figurę z mnożyciela, która iest na mieyscu dziesiątków, i mówię : raz dwa, są dwa; a że przez drugą figurę mnożyciela, daną liczbę mnożę, więc produkt w drugiey linii pisać powinniemem; że zaś ta figura mnożyciela leży na mieyscu dziesiątków, tedy produkt pod kolumną liczb dziesiątkowy h pisać poczynam, i dwa z multyplikacyi wypadaiące kładę pod zero o. *Po czwarte* : mówię : raz pięć, są 5, które pod następuiącą stów kolumną kładę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z rozmnożenia liczb danych zamyka się we dwóch wierszach, przeto podkryślam ię liniyką, i do

ie-

iedney summy znoszę; która nakoniec pokaznie mi, że za tygodni 52, wydaiąc na każdy złot: 12. wydam złotych: 624.

Przykład 3. Kupuiąc 250. beczek wina, każdą po trzysta złotych, pytam ile się za wszystko należy?

250
3/00
―――――
75,000.

W tym przykładzie odcinam zera z liczby mnożney i mnożyciela, rozmnażam tylko 25 przez 3. Mam produkt 75, do którego przydaię odcięte zera, i mam produkt ieneralny: 75,000 złotych, które za 250. beczek wina wypłacić powinienem.

22. Jestże iaki inszy robienia multyplikacyi sposób?

Jest piękny i łatwy przez faktory liczby rozmnażaiącey. Faktory zaś iakiey liczby, są to te liczby, które wzaiemnie między sobą rozmnożone, tęż samę liczbę rodzą. Tak np. liczba 12, ma faktory 3, i 4. albo: 6 i 2, bo te liczby między sobą rozmnożone, rodzą liczbę 12. Podobnie liczby 24, faktory są 4, i 6, albo 3 i 8, bo mnożąc 6 przez 4, wychodzi 24, a mnożąc 8 przez 3. także wychodzi 24. Zaczém za iedno iest iaką liczbę: np. 36. mnożyć przez 24, iak mnożyć przez 4. a ten produkt znowu rozmnożyć przez 6, to iest: przez drugiego faktora. Łacniey zaś iest mnożyć przez iednę figurę, iak przez dwie lub więcey. Y ten iest faktorów pożytek. Niech będzie następuiący przykład:

A 254	1524
B 36	6 drugi faktor.
Produkt ien: 9,144	9,144

Szukam faktorów liczby 36, i mam z Tablicy Pitagoresa 6 i 6, więc liczbę A rozmnażam naprzód przez 6, a produkt: 1524. rozmnażam przez drugiego faktora 6. Y mam ieneralny produkt: 9144. tenże sam, iak gdybym daną liczbę razem przez 36. mnożył.

23. Jaki iest sposób łatwego liczb mnożenia?

Łatwego liczb danych mnożenia naylepszy sposób iest: umieć na palcach liczby rachować; albo mieć przed oczyma tablicę Pitagoresa.

Na palcach rąk tak się liczby rachuią: każdemu palcowi daie się iedna liczba, to iest uchowemu czyli małemu 1. serdecznemu 2. śrzedniemu 3. skazuiącemu 4. wielkiemu 5; i iedna liczba rachuie się na palcach prawey ręki, a druga na lewey. Gdy zaś przyydzie choć w iedney liczbie do 6, zginam palec uchowy, gdy do 7 zginam serdeczny, gdy do 8, zginam śrzedni, gdy do 9, zginam skazuiący. Palce zgięte znaczą dziesiątki, palce zaś proste pozostałe znaczą iedności. Proste więc między sobą mnóżę i do dziesiątków dodaię, i tak mam cały produkt. Na przykład: chcąc wiedzieć wiele czyni pięć razy siedm: w prawey ręce zginam palec uchowy i serdeczny, i mam dwa dziesiątki, resztę palców stoiących mnożę i mówię: trzy razy pięć (bo w lewey żadnego palca nie zgiął) są 15, dodaię do dwoch dziesiątków, i mam 35. Podobnie chcąc wiedzieć, wiele mi czyni pięć razy dziewięć: zginam w prawey ręce cztery palce, i mam 4 dziesiątki; proste palce mnożę: raz pięć, są pięć, dodaię to razem,

zem, i mam 45. Zarówno chcąc wiedzieć, wiele mi uczyni, osm razy dziewięć? Zginam na iedney ręce zaczynaiąc zawsze od 6. trzy palce, na drugiey 4 i mam dziesiątków 7. palce proste pozostałe rozmnażam, mówiąc: raz dwa, są 2, znoszę to razem, i mam produkt: 72 i tak daley.

Co się zaś tycze Tablicy Pitagoresa, od swego wynalazcy tak nazwaney, oto ią masz zrobioną i tak iey używay: Dwóch liczb zadanych, iedney z góry, drugiey z boku bierz kolumnę: owa liczba, na którey te dwie kolumny schodzą się, iest należyty iey produkt: np. gdy chcę wiedzieć, wiele czyni: siedm razy ośm; biorę siedm w pierwszey linii górney, a ośm w linii poboczney, których liczb kolumny że się schodzą na liczbie 56, zatém 56. iest produktem liczb danych, to iest siedmiu i ośmiu.

TABLICA PITAGORESOWA.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	C
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
B	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	D

Tablicę Pitagoresa Jan Neper, rodem Szkot, dziwnym przemysłem rozmnożył, i na ruchome Tabliczki podzielił, za których pomocą i naywiększych liczb mnożenie i dzielenie bardzo łatwo odprawić można.

24. Jaki tedy iest sposób wielkich liczb mnożenia na tablicach Nepera, i iak ie robić potrzeba?

Tabliczki Nepera robią się tak: z drzewa lub mosiądzu, albo też z tektury robi się dziewięć naywięcey tabliczek podługowatych czworgraniastych. Każda z nich równym wymiarem dzieli się na dziewięć kwadratów małych. Te tabliczki znowu liniyką poprzeczną od kąta ręki prawey z góry do kąta ręki lewey nadół, przecinaią się na dwa troygrańce, prócz pierwszey tabliczki, na którey naturalnym porzędkiem liczby piszą się, zacząwszy od 1. aż do 9, i zowią się wielorazy.

To uczyniwszy, w troygrańce na tabliczkach przez rozcięcie kwadratowe porobione, wpisuią się liczby z kolumn tablicy Pitagoresowey tak: aby liczby dziesiątkowe w wyższym troygrańcu od lewey ręki, a iedności w niższym od ręki prawey, kładzione były. A że każda podługowata takowa tabliczka iest czteroboczna, zaczym na każdym boku można inne kolumny z tablicy Pitagoresa wpisywać: np: na iednym boku kolumnę z pód 1, na drugim kolumnę z pód 2, na trzecim z pód 3. na czwartym kolumnę z pód 4. it.d. Tabliczki z tektury ponieważ nie są czteroboczne, trzeba ich więcey zrobić, iak dziewięć, tym końcem, aby, gdy iednę liczbę brać przyidzie kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaleść

się

się mogła. Tymże samym końcem, na dwóch lub trzech tabliczkach, same tylko zera popisać trzeba, dla zażycia ich, gdy tego potrzeba będzie. Pódźmy iuż do ich używania.

Na wspomnionych tedy Nepera Tabliczkach, tak się czyni, mianowicie liczb wielkich multyplikacya. Chcąc np: 5836. mnożyć przez 492; biorę naprzód tabliczki: E. H. C. F. na których u wierzchu są liczby: 5.8.3.6. do rozmnożenia dane, i układem ie wzdłuż iednę przy drugiey tym porządkiem, iak cena liczb wyciąga. *Powtóre:* biorę tabliczkę A z liczbami naturalnemi, i kładę ią na lewym boku tabliczek iuż ułożonych, na którey znayduią się liczby 4.9.2. z których mnożyciel składa się. *Potrzecie:* Poprzeczna kolumna liczby 2. która w mnożycielu znaczy iedności, iest produktem z multypfikacyi daney liczby 5836 przez 2. Poprzeczna kolumna liczby 9. która w mnożycielu znaczy dziesiątki, iest produktem daney liczby, przez drugą figurę mnożyciela 9. poprzeczna nakoniec kolumna liczby 4. która w mnożycielu znaczy sta, iest produktem daney liczby przez trzecią figurę mnożyciela 4.

Teraz zbieram te trzy produkta, a naprzód produkt wynikaiący z mnożenia przez 2. to iest: biorę naprzód z ostatniego troygrańca 2. i piszę ie na osobney karcie na mieyscu iedności; potém w następuiącym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 1 i 6. które czynią 7. piszę ie na mieyscu dziesiątków. W dalszym podługowatym kwadracie biorę 6, i piszę na mieyscu stów; daley w trzecim poprzecznym kwadracie biorę 1 i 0, co mi czy-

czyni 1. piszę go na mieyscu tysięcy: naostatek z ostatniego od lewey ręki troygrańca biorę 1, i piszę go na mieyscu dziesiątków tysięcy; wychodzi mi cały produkt z mnożenia daney liczby przez 2: 11672. Tymże sposobem zbieram liczby z poprzeczney kolumny 9, i mam produkt: 52524. że zaś 9 w mnożycielu znaczyły dziesiątki, więc ten produkt zaczynam pisać od kolumny dziesiątków. Naostatek zbieram liczby z poprzeczney kolumny 4, i mam produkt: 23344, i zaczynam go pisać od kolumny stów, bo 4, w mnożycielu znaczyły sta:

	11672
Te trzy produkta cząstkowe zebrawszy, mam nakoniec danych liczb produkt całkowity.	52524
	23344
	2,871,312

TABLICZKI
NEPERA SZKOTA

A. E. H. C. F. B. D. G. I. K. L.

1	5	8	3	6	2	4	7	9	0	0
2	1/0	1/6	6	1/2	4	8	1/4	1/8	0	0
3	1/5	2/4	6	1/8	6	1/2	2/1	2/7	0	0
4	2/0	2/2	1/2	2/4	8	1/6	2/8	3/6	0	0
5	2/5	4/0	1/5	3/0	1/0	2/0	3/5	4/5	0	0
6	3/0	4/8	1/8	3/6	1/2	2/4	4/2	5/4	0	0
7	3/5	5/6	2/1	4/2	1/4	2/8	4/9	6/3	0	0
8	4/0	6/4	2/4	4/8	1/6	3/2	5/6	7/2	0	0
9	4/5	7/2	2/7	5/4	1/8	3/6	6/3	8/1	0	0

Tego sposobu mnożenia, wielkich osobliwie liczb na tabliczkach Nepera, można zarównie zażyć w rozmnożeniu liczb różnego gatunku, ale wprzód wszystkie gatunki na iedem zbić, lepiey podobno będzie; o których to liczbach różne gatunki w sobie zamykaiących, mówić teraz będziemy.

25. Jakie przypadki w mnożeniu liczb różnego gatunku trafić się mogą?

W mnożeniu liczb rozmaitego gatunku, trzy przypadki trafić się mogą, to iest: iż albo sama mnożna liczba będzie złożona z liczb różnego gatunku, albo sam mnożyciel, albo nakoniec i mnożna, i rozmnażaiąca liczba będzie w sobie zamykała różne rzeczy gatunki.

26. Jak sobie w każdym z tych trzech przypadków postąpić potrzeba?

I. W pierwszym przypadku gdy sama mnożna liczba, różne gatunki w sobie zamyka, tedy przez mnożyciela, który się z jednego gatunku składa, każdy gatunek w liczbie do mnożenia daney rozmnażam, a po odprawionem mnożeniu wszystkich gatunków, niższe gatunki na wyższy gatunek sprowadzam i będę miał produkt zupełny z liczb danych do mnożenia.

Przykład. Czerwony złoty podług redukcyi R. 1775. zamyka w sobie złotych 16. i groszy 22. pytam czerw: złotych 12. wiele złotych uczynią? Układam sobie dane liczby podług zwyż przepisanego prawa, a mnożyciela pod obudwoma gatunkami podpisuię, tym sposobem:

	złote	grosze
	16.	22.
Czerw: złotych	12.	12.
Produkt złotych:	192.	264. groszy.

Groszy 264: sprowadziwszy na złote, dzieląc przez 30. groszy, mam złotych 8. i groszy pozostałych 24. Dodaię złote do złotych i mam ogółem złotych: 200. i groszy 24. które wynikły z czerwonych złotych 12.

II.

II. W przypadku drugim, kiedy mnożyciel z wielu gatunków, a liczba mnożna z jednego składa się, podobnie przez każdy gatunek mnożyciela rozmnażam osobno liczbę do mnożenia daną, a po skończeném mnożeniu, gatunki niższe, na gatunek wyższy obrócone, pokażą produkt ieneralny.

Przykład: Łokieć sukna płacąc po złot: 8. gr: 14. pytam wiele dadź powinienem za tegoż sukna łokci 26? Układam dane liczby, i dwa razy piszę liczbę mnożną, tak:

Łokcie	26.	26.
Złote	. 8.	gr: 14.
Produkt: -	208.	364.

Sprowadzam teraz grosze 364. na złote, dzieląc ie przez 30, i wychodzi złotych 12. i groszy 4. Dodaię złote do złotych, i mam cały produkt: złotych 220. gr: 4. które za 26. łokci sukna wypłacić mam.

III. W trzecim przypadku, kiedy tak w mnożycielu, iako i w mnożney liczbie będą różne gatunki, w ten czas wszystkie gatunki w obudwóch liczbach, na nayniższy gatunek obracam, i dopiero maiąc liczby obiedwie do iednegoż gatunku sprowadzone, mnożę ie między sobą: produkt zaś z rozmnożenia wypadaiący, na naywyższy gatunek sprowadzam. Oto przykład:

Zarabia kto na dzień złotych 2. groszy 9. Pytam ile zarobi przez rok i dni 20.

W tym przykładzie obracam naprzód rok na dni 365. do nich dodaię dni 20, i mam wszystkich dni 385. Potém sprowadzam złotych 2. na groszy 60. do tych dodaię groszy 9. i mam razem groszy 69. Nakoniec te liczby

czby rozmnożywszy i na złote sprowadziwszy, wypadnie produkt liczb danych:

385.
69.

3465.
2310.

Produkt groszy: 26,565.

Grosze te sprowadzam na złote, dzieląc ie przez 30. i będę miał złotych 885. a groszy 15. Tyle więc wspomniony rzemieślnik zarobi na rok cały i dni 20. Odcinaiąc atoli święta, w które nie robił, mniéy mu zysku wypadnie.

27. Jaki iest sposób na doświadczenie dobrze odprawionego mnożenia?

Na doświadczenie dobrze odprawionego mnożenia sposób naylepszy iest przez dzielenie, który niżey obiaśniemy, gdy o dzieleniu dostateczną naukę damy.

Przestroga: W mnożeniu zarówno iest tę lub owę z liczb danych, w wyższym rzędzie położyć, bo zawsze iedna przez drugą rozmnaża się; atoli zawsze na wierzchu kładzie się większa, iak w przyłączonych przykładach widzieć się daie.

§. 5.

O dzieleniu liczb tak iednego, iako i różnego gatunku.

28. CO iest dywizya czyli dzielenie?

Jest wynalezienie liczby takiey, która pokazuie, ile razy ze dwóch liczb do podzielenia danych, liczba mnieysza w liczbie

większey

większey brać się może: np: dzieląc 9. przez 3. wypadnie 3. które mi pokazuią, że 3 w 9 mieszczą się trzy razy.

Albo też: dywizya; iest wynalezienie liczby takiey, która tyle razy zamyka w sobie iedno, ile razy w liczbie podzielney, dzielnik czyli liczba, przez którą dzielę, mieści się. Tak np. dzieląc 8. przez 4, szukam takiey liczby, w którey tyle razy zamyka się iedno, ile razy cztery w ośmiu mieści się; iaka liczba w danym przykładzie iest 2.

29. Jak się liczby w dzieleniu nazywaią, i iak się kładą?

1. Z liczb do podzielenia danych, liczba większa, którą mam dzielić, zowie się: liczba podzielna; liczba mnieysza, przez którą dzielę, zowie się dzielnik; liczba nakoniec z dzielenia wynikaiąca, zowie się: wieloraz (*Quotiens* albo *Quotus.*)

2. Układaią się zaś wspomnione liczby tak: liczba dzielna kładzie się we środku; od lewey ręki kładzie się dzielnik, kréską od dzielney liczby odłączony; na prawey ręce za kréską kładzie się wieloraz, to wszystko pisze się w jedney linii.

30. Jak się odprawuie dzielenie?

Naprzód: Z liczby podzielney, zaczynaiąc od lewey ręki, ucinam tyle figur, ile ich iest w dzielniku, które ieżeli mniey wynoszą od dzielnika, przydaię im ieszcze iednę następuiącą figurę; a dla pamięci kréskę przy niey kładę. Potém uważam, ile razy dzielnik w liczbach odciętych brać się może i liczbę to wskazuiącą piszę na prawey ręce, za część pierwszą wieloraża.

Powtóre: Przez tę część wieloraza mnożę całego dzielnika, a produkt wynikaiący odciągam od figur z liczby podzielney odciętych.

Potrzecie: Do reszty, ieżeli się iaka została, która od dzielnika zawsze mnieysza bydź powinna, składam następuiącą nową figurę z liczby podzielney, naznaczywszy ią kréską, i uważam znowu, ile razy w tych liczbach dzielnik mieści się; i takową liczbę piszę za drugą część wieloraza.

Poczwarte: Przez tę drugą część wieloraza mnożę znowu całego dzielnika, a produkt pod liczbami, którem dopiero dzielił, podłożywszy, odciągam go od onychże. Do reszty składam znowu z liczby podzielney następuiącą figurę, i uważam, ile razy w tych liczbach dzielnik zamyka się; co będzie trzecią częścią wieloraza, przez którą mnożę znowu całego dzielnika, i tak daley czynię, póki wszystkich liczb podzielnych nieprzeydę.

To także wiedzieć potrzeba, iż ile razy nową figurę z podzielney liczby składam, a dzielnik w niey brać się nie może, w ten czas na wielorazie piszę zero i składam zaraz drugą figurę z liczby podzielney i obiedwie przez dzielnika razem dzielę.

Po skończonem dzieleniu, co się od ostatniego odciągnienia zostaie, wyraża się przez liczbę łamaną, którey licznikiem będzie reszta od ostatniego odciągnienia pozostała, przydaiąc i te figury, ieżeli które przed dzieleniem odcięte były. Mianownikiem zaś będzie cały dzielnik; i stąd to rodzą się łamane liczby.

Przy-

Przykład: I. Oyciec zostawuie 5. synom 14,675. złotych; pytam wiele na każdego przypadnie? Układam liczby według daney nauki:

Dzielnik.	Liczba podz.	Wieloraz.
5	14,6,7,5,	2935.
	10	
	-46	
	45	
	-17	
	15	
	-25	
	25	

W tym przykładzie, ponieważ dzielkik 5 w 1. brać się nie może, zaczem odcinam dwie figury z liczby podzielney, i mówię: 5 w 14, zamyka się dwa razy, piszę 2. za pierwszą część wieloraza, i rozmnożywszy 2 przez 5. czynią 10, ten produkt odciągam od pierwszych dwóch figur liczby podzielney i zostaie mi się 4. do których składam następuiącą figurę 6 z liczby podzielney i mówię: 5 w 46. mieści się 9 razy; piszę 9 za drugą część wieloraza, a rozmnożywszy dzielnika 5. przez 9, wypada 45, ten produkt odciągam od 46. zostaie się 1, składam do niego następuiącą figurę 7 z liczby podzielney i mówię: 5. w 17, biorę razy 3, piszę to 3. za trzecią część wieloraza; a rozmnożywszy dzielnika 5. przez 3, wychodzi 15. produkt ten odciągam od 17, zostaie się 2, do których składam z liczby podzielney ostatnią figurę 5, i mówię: 5 w 25. zamyka

się 5. razy, piszę 5, za czwartą część wieloraza, i rozmnożywszy 5. przez 5, wynika 25. które odciągaiąc od 25, nic się nie zostaie. Z owey tedy summy przypadnie każdemu synowi po złotych: 2,935.

Przykład II. Kupiłem postaw sukna czyli łokci 32. za złot: 258. Chcę wiedzieć po wiele złotych każdy łokieć przypadnie?

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
32	258. 256 -- 2	$8+\frac{2}{32}$

W tym przykładzie ponieważ się po odciągnięniu 2 zostały, piszę ie przez ułomek, sposobem wyżey podanym $\frac{2}{32}$ Za każdy więc łokieć przypadnie po złot: 8, i po dwie części iednego złotego, podzielonego na 32. części, co uczyni około po dwa grosze.

31. Jaki iest sposób skrócenia, i ułatwienia sobie dywizyi?

Kiedy na końcu dzielnika zero iedno, lub więcey będzie, w ten czas dla skrócenia i ułatwienia dywizyi, przed zaczęciem rachunku mogę ie odciąć; tyleż figur, albo zerów z liczby podzielney od końca odcinaiąc.

Przykład I. Groszy 12,840, chcąc obrócić na złote: dzielę tę summę przez 30, bo ieden złoty tyle groszy w sobie zamyka.

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
3(0	12,8,4,(0	428.
	12	
	- - 8.	
	6	
	24	
	24	
	- -	

W tym przykładzie odcinam zero i w dzielniku i w liczbie podzielney; i dzielę tylko przez 3. co mi iest daleko łatwiey, aniżeli przez 30. Wieloraz zaś bynaymniey się przez to nie odmienia, bo ile się figur odeymuie dzielnikowi, tyleż i liczbie podzielney, zaczem żadna się im uyma nie czyni.

Przykład II. Chcąc wiedzieć: dni 164, ile mi uczynią miesięcy; dzielę daną liczbę przez 30.

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
3(0	16(4	5 $\frac{14}{30}$
	15	
	- 1.	

W tym przykładzie ponieważ po odciągnięniu zostało się iedno, składam do niego 4 odcięte i piszę za licznika; a całego dzielnika kładę za mianownika tak: $\frac{14}{30}$. Wspomnione więc dni uczynią mi miesięcy 5, i ieszcze się zostaie dni 14.

32. Jak inaczey można robić dzielenie?

Można także robić dzielenie przez faktory dzielnika. Faktory zaś iakiey liczby, iakośmy wyżey w mnożeniu powiedzieli, są to te liczby, które między sobą rozmnożone, tęż samę liczbę rodzą.

Przy-

Przykład. Na 240 włok nakazano prowiantu żyta korsy 30. czyli garcy 960. Chce wiedzieć Kommisarz ile na każdą włokę garcy wypadnie?

Faktor 1.

Dzielnik 24(0. 6 | 9,6,(0 | 16.
6

36
36

- -

Fakt: 11. 4 | 16, | 4.
16

- -

W tym przykładzie odcinam naprzód zero z dzielnika i z liczby podzielney. Potém cobym miał dzielić daną liczbę 96 przez 24, dla łatwieyszey roboty, dzielę ią przez faktory dzielnika, 6 i 4, gdyż cztery razy sześć czynią 24. To iest: dzielę naprzód daną liczbę przez iednego faktora czyli przez 6, a wieloraz wypadaiący 16, znowu dzielę przez 4 drugiego faktora, i wypada mi po 4 garce na każdą włokę.

Tego atoli sposobu dzielenia nie zawsze można użyć, lecz tylko w ten czas, kiedy dzielnik na swoich faktorów rozdzielić się może.

Ponieważ naywiększa trudność w dzieleniu zachodzi, poznać wiele razy dzielnik zamyka się w podzielney liczbie, przeto dla zaczynaiących podam tu niektóre łatwe na to sposoby.

33. Jak tedy można poznać wiele razy liczba mnieysza w większey się mieści?

Troiakim tego można dochodzić sposobem: albo

albo przez tablicę Pitagoresa w liczbach małych; albo przez drabinkę dzielnika przez liczby naturalne rozmnożonego w liczbach przydłuższych; albo nakoniec przez tabliczki Nepera w liczbach wcale obszernych.

34. Jak się odprawuie dzielenie na tablicy Pitagoresa?

Kiedy dzielnik z jedney tylko składa się figury (albo i z więcey gdyby tablica była rozmnożona) na pierwszey linii wierzchney A. C. (na kar: 25) biorę figurę dzielnika, podzielną zaś liczbę w teyże linii na dół pociągłey; tym sposobem w pierwszey kolumnie liczb naturalnych A B znaydę wieloraz. Niech będzie przykład następuiący:

Na Studentów 6 maiąc dzielić 42 obrazków, chcę wiedzieć, wiele się każdemu dostanie?

Biorę 6 w wierzchney linii A C. Podzielney zaś liczby 42 szukam w teyże linii pod 6; a na kolumnie AB od ręki lewey znayduię wieloraz 7. Daley postępuie sobie według wzwyż podanych reguł o dzieleniu.

A gdyby się liczba podzielna w linii dzielnika spełna nie znaydowała, biorę mnieyszą liczbę nayblizszą: np. dzieląc 26 przez 5, ponieważ w kolumnie 5, nie znayduię 26, biorę liczbę mnieyszą naybliższą czyli 25, i znayduię w kolumnie od ręki lewey na dół ciągłey wieloraz 5, i zostaie się iedno. Także dzieląc 77 przez 8, będzie wieloraz 9, a zostaie się 5.

35. Jaki iest sposób dzielenia przy większych liczb przez drabinkę dzielnika?

Sposób ten arcy iest łatwy i użyteczny, i na tym zależy: ażeby przed zaczęciem dywi-

zyi,

zyi, dzielnika przez liczby naturalne 1. 2. 3. 4. 5. &c: aż do 9. rozmnożyć, i wszystkie z tego rozmnożenia produkta wynikaiące ieden pod drugim pisać, przydaiąc po drugiey stronie liniyki te liczby, przez które dzielnik był rozmnożany, i będę miał i wieloraz na boku, i prawdziwy produkt dzielnika rozmnożonego, do odciągnięnia go z liczby podzielney. Te albowiem produkta nic innego nie są, tylko dzielnik raz lub dwa razy wzięty, i pokazuią mi, ile razy się dzielnik w liczbach od liczby podzielney odciętych zamyka. Oto wizerunek tego w następuiącym przykładzie:

Dzielnik. Produkta iego aż do 9.		Liczba podz:	Wieloraz.
1	162	547,0,3,0,6,2	337673 $\frac{36}{162}$
2	324	486	
3	486	610	
4	648	486	
5	810	1243	
6	972	1134	
7	1134	1090	
8	1296	972	
9	1458	1186	
		1134	
		--522	
		486	
		Zostaie się --36	

36. Jak nakoniec robi się dzielenie na tabliczkach Nepera?

Czyni się w następuiący sposób: Chcąc np: dzielić: 74,056. przez 24, piszę naprzód te dwie dane liczby na osobney karcie, tak iak się o dzieleniu powiedziało. *Powtóre:* biorę tabliczki B. D. które na wierzchu maią liczby 2. i 4. z których się dzielnik składa i układam ie wzdłuż iednę przy drugiey, a tabliczkę A z liczbami naturalnemi kładę na lewym boku. *Potrzecie:* odcinam z liczby podzielney pierwszą część, którą naprzód przez dzielnika mam dzielić, iaka tu iest 74; a ponieważ wielorazy czyli liczby naturalne w pierwszey tabliczce znayduiące się: 1 2. 3. 4. 5. i t. d. pokazuią mi w kolumnach poprzecznych sobie przyległych, produkta dzielnika 24 przez 2. 3 4, i t. d. rozmnożonego, iako się z przeszłego pytania i z samego tabliczek robienia dorozumieć można; uważam tedy w którey poprzeczney kolumnie cząstka liczby podzielney 74 mieści się, którey że spełna nie znayduię, biorę mnieyszą nayblizszą 72, i zaraz na lewey stronie w tymże rzędzie, mam wieloraz 3, który na osobney karcie piszę. *Poczwarte:* odciągam 72 od 74, czyli od pierwszey części liczby podzielney, zostaie się 2. *Popiąte:* do tych 2 składam drugą część liczby podzielney zero 0, i mam 20, w którey że dzielnik 24 brać się nie może, zaczem za drugą część wieloraza piszę 0, a z liczby podzielney składam następuiącą figurę 5, a tak mam 205. *Poszóste:* uważam znowu w którey poprzeczney kolumnie tabliczek dzielnika kilka razy wziętego wyrażaiących, ta liczba 205, lub iey mnieysza naybliż-

sza

sza mieści się i znayduię naybliższą w osmey kolumnie 192, a przy niey w pierwszey tabliczce wieloraz 8, co będzie trzecią częścią wieloraza. *Posiodme* : odciągam 192 od 205, zostaie się 13, do których składam ostatnią figurę 6 z liczby podzielney, i mam 136. *Poosme* : szukam tey liczby w kolumnie poprzeczney, i znayduię naybliższą 120, a przy niey w pierwszey tabliczce będzie 5, które piszę za czwartą część wielorazu. *Naostatek* : odciągam 120 od 136, i zostaie się mi 16 na liczbę łamaną. Daney tedy liczby wieloraz iest ten : 3,085.

A.	B.	D.
1	2	4
2	4	8
3	6	12
4	8	16
5	10	20
6	12	24
7	14	28
8	16	32
9	18	36

```
24 | 74,0,5,6, | 3085 16/24
     72
   -----
   -205
     192
   -----
    -136
     120
   -----
    -16.
```

Uka-

Ukazawszy różne dzielenia sposoby, pòdźmy iuż do dywizyi liczb ròżne gatunki rzeczy w sobie zamykaiących.

37. Wieloiaki w dzieleniu liczb różnego gatunku trafić się może przypadek?

W dzieleniu liczb rozmaitego gatunku podobnie iak w mnożeniu, troiaki trafić się może przypadek: bo albo sama liczba podzielna będzie w sobie zamykała rzeczy różnego gatunku; albo sam dzielnik; albo nakoniec i dzielnik i liczba podzielna będzie złożona z liczb różnego gatunku.

38. Co tedy w pierwszym, drugim, trzecim przypadku czynić potrzeba?

W pierwszym przypadku, kiedy sama tylko liczba podzielna, z różnych składa się gatunków, a dzielnik z jednego, to wyższy gatunek liczby podzielney (ieśli nie iest mnieyszy od dzielnika) dzielę przez dzielnika, resztę zostaiącą sprowadzam na niższy następuiący gatunek, który znowu przez tego samego dzielnika dzielę, i tak daley.

Przykład: Na czterech ludzi dzielę złotych 23650. i gr: 16; wieleż się każdemu dostaie?

```
Dzielnik | Liczba podzielna        | Wieloraz.
         | złote.       grosze.    | złote.
   4     | 23,6,5,0,      16       | 5912
         | 20             60       |
         | ----        -------     |
         | -36        4|7,6,       | grosze.
         |  36         |4          |   19
         | ----        -------     |
         | --5          36
         |   4          36
         | ----        ----
         |  10          --
         |   8
         | ----
         |   2
```

W tym

W tym przykładzie dzielę naprzód daną summę złotych przez 4, i zostaie się mi złotych 2. te obracam na groszy 60, dodaię do 16 groszy, i mam razem groszy 76, dzielę to przez 4, i nic mi się nie zostaie. Dla każdego tedy przyydzie z owey summy po złotych 5912. i po groszy 19.

Gdyby zaś naywyższy gatunek liczby podzielney był mnieyszy od dzielnika, to się wprzód sprowadza na niższe gatunki, dopieroż się dzieli.

Przykład. Dał Pan na ubogich 6. złotych 4. i groszy 18 do podzielenia, pytam ile każdemu dadź potrzeba?

Tu że 4 przez 6 dzielić nie mogę, sprowadzam wprzód 4 złot: na gr: 120 dodaię do nich 18, i mam groszy 138, teraz tę summę dzielę przez 6:

```
   | złote.   grosze. |
 6 |  4         18    |
   |  30              |
   | ----             |
   |  120             |
   |  18              |
   ---------------------
 6 |  13,8     | 23
   |  12       |
   |  ----     |
   |  18       |
   |  18       |
   |  ----     |
   |   -       |
```

Każdemu więc ubogiemu dostanie się po groszy 23.

W przypadku drugim, kiedy dzielnik z wielu gatunków, i w przypadku trzecim, kiedy

i dziel-

i dzielnik i liezba podzielna z różnych gatunków składaią się, trzeba wprzód gatunki wyższe na niższe obrócić, toż czynić dzielenie; a po skończonem dzieleniu, znowu gatunki niższe sprowadzić na wyższe, ieśli tego potrzeba.

Przykład I. Za pięć łokci sukna i ćwierć 1. zapłacono złotych 84, pytam ile łokieć kosztuie?

W tym przykładzie sprowadzam wprzôd 5 łokci na ćwierci, przydaiąc do nich ćwierć 1, i mam ćwierci 21; potym obracam złote dane 84. na grosze, mam 2520. groszy, które dzielę przez 21. Po odprawionem dzieleniu znowu grosze obracam na złote, i przypadnie za każdą ćwierć po złotych 4, a więc za łokieć po złotych 16.

Łok: Cw:	złote		
5. 1.	84		
4.	30		
20	2520		
1		Grosze	
21.	25,20,	120.	
	21		
	-42		Złote.
	42	3(0 | 12(0	4.
	--		

Przykład II. Chcę 2475 talerów bitych i złotych 6, obrócić na czerwone złote, po 16 zł: i gr: 22, podług redukcyi R. 1775. na ieden rachuiąc, pytam ile mi czerwonych złotych uczyni? W tym przykładzie wszystkie ga-

gatunki wyższe sprowadzam na niższe, toż czynię dzielenie. Oto robota:

```
Złote.     Talery bite.
 16         2475
 30            8
-----      --------
480        19800
 22            6
-----      --------
502        19806  Złote.
                30
          ------------------
502 | 594,1,8,0, | 1183 czerw: złot:
      502
      ----
      - 921
        502
      ----
       4198.
       4016
      ----
      - 1820
        1506
      ----
      - 314  Grosze pozostałe.
```

Wypada więc czerwonych złotych 1,183. złotych 10. groszy 14.

§. 39. Na co ieszcze w dzieleniu wzgląd mieć potrzeba?

Na to: iż dzielnik w liczbie podzielney nigdy więcey razy nad dziewięć brać się nie może. *Powtóre:* Ta liczba która się po odciągnięniu produktu od liczb do podzielenia wziętych zostaie, większa nad dzielnika, ani mu równa bydź nie powinna, ale zawsze mnieysza; inaczey byłoby to znakiem, że wieloraz mnieyszy był wzięty, a niżeli się nale-

należało. *Potrzecie*: Jeżeli po wziętym wieloraźie iakim i rozmnożeniu go przez dzielnika, produkt większy wypadnie, aniżeli ta część z liczby podzielney, od którey ten produkt ma się odciągać, znakiem to iest, że wieloraz był nad to wielki wzięty, zatem mnieyszy brać się powinien. *Poczwarte*: Wieloraz tyle mieć powinien figur, ile w liczbie podzielney znayduie się kréśek położonych, przed złożeniem z niey figury, dla wynalezienia wieloraza.

40. Jak się doświadcza dywizya?

Dywizya doświadcza się przez mnożenie, rozmnażaiąc wieloraz przez dzielnika, a produktowi dodaiąc resztę, ieśli się iaka została; ieżeli ta summa we wszystkim równa będzie liczbie podzielney, dobrze była uczyniona dywizya. Fundamentem tey proby, iest owo powszechne Arytmetyków prawidło. *Destruit multiplicatio, quod fecit divisio*, to iest: wieloraz przez rozmnożenie, powraca do liczb pierwszych, które do dzielenia dane były. Niech będzie przykład 1. dany w dzieleniu (na kar: 35.) Wieloraz 2,935, rozmnożywszy przez dzielnika 5, produkt wypada równy liczbie do podzielenia daney.

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
5	14675	2935.
	......	5 mnożyciel
		24,675. Wielocz:

Multyplikacya zaś probuie się przez dzielenie, iakośmy wyżey (na karcie 32 namienili. Ponieważ bowiem według prawidła Arytmetyków: *Restaurat divisio, quod destruxit multipli-*

plicatio, to iest: wieloczyn przez dzielenie powraca się do liczb pierwszych, które były do mnożenia dane; więc na sprobowanie dobrze uczynionego mnożenia, dzielę wieloczyn wypadły przez mnożyciela, wieloraz liczbie do rozmnożenia daney równy bydź powinien, inaczey byłby błąd iaki w rachubie popełniony. Niech będzie przykład 1. (na kar: 21.) w mnożeniu dany. Wieloczyn wypadły 360, dzielę przez mnożyciela 8, wychodzi mi wieloraz 45, równy we wszystkim liczbie do mnożenia daney:

```
      45
       8
   ─────
 8 | 36,0, |
   | 32    |
   ─────
    - 40
      40
   ─────
     - -
```

Przypisek: Ponieważ dotąd bardzo często o liczbach i rzeczach różnego gatunku mówiliśmy, i ieszcze nie raz o tém mówić nam przyydzie, zaczem za rzecz arcy potrzebną sądzę, różnych miar, wag i liczb rozmaitych cenę i podziały na mnieysze gatunki, dla wygody Arytmetyki uczących się, tu położyć. Tak naprzykład:

Cetnar ieden ma w sobie kamieni - -	5
Kamień Lwowski ma w sobie funtów -	36
Kamień pospolity ma funtów - - - -	32
Funt ieden ma w sobie łótów - - -	32

Łót ma gran 6. a kwintle - -	4
Uncya ma łótów - - -	2
Puda siana ma funtów - -	40
Łaszt zboża ma korcy Warszawskich	27
Korzec ma w sobie garcy - -	32
Korzec ma ćwierci - - -	4
W pół korcu ćwierci 2, a garcy -	16
W ćwierci iedney garcy - -	8
Garniec ma kwart - - -	4
Kwarta ma kwaterek - - -	4
Bela iedna papieru ma ryż - -	10
Ryza papieru ma w sobie liber -	20
Libra papieru ma arkuszy - -	24
Bela sukna ma w sobie postawów -	20
Postaw sukna ma łokci - -	32
Płótna sztuka ma w sobie łokci -	100
Półsetek ma łokci - - -	50
Łokieć ma w sobie ćwierci - -	4
Kopa ma w sobie snopów - -	60
Mędel ma snopów - - -	15
Tuzin ma liczby - - -	12
Grzywna ma w sobie groszy -	48
Grzywna ma w sobie kruszcu łótów	16
Pręt albo laska ma łokci - -	7½
Sznur ma prętów - - -	10
Sążeń ma w sobie stóp - -	10
Stopa ma calów - - -	12
Cal ma liniy - - -	12
Mila ma stay - - - -	8
Staie ma kroków - - -	125
Mila włoska ma kroków - -	1000
Czerwony złoty, według redukcyi Roku 1775, ma złotych 16, groszy -	22½
Taler bity ma złotych - -	8
Złoty ma groszy - - -	30

Grosz ma szelągów	-	-	-	3
Rok ma Miesięcy	-	-	-	12
Miesiąc ma pospolicie dni	-	-		30
Rok ma dni 365. godzin	-	-		5
Dzień z nocą ma godzin	-	-		24
Godzina ma kwadransy	-	-		4
Kwadrans ma minut	-	-	-	15

§. 6.

Zamyka w sobie ciekawe niektóre zadania, które się przez pomienione prostey Arytmetyki reguły rozwięzuią.

Zadanie I. Chcąc wiedzieć, iak dawno Polska stoi, tak sobie postępuię. Historya Polska dzieli się na 4. Epoki znacznieysze.

I, Od Lecha (który przyszedł w Sarmackie kraie roku Pańskiego 550.) aż do Popiela II. zamyka w sobie lat		290
II. Od Piasta do Ludwika lat	-	542
III. Od Jagiellona do Zygmunta Augusta lat	- - - -	190
IV. Od Henryka Walezyusza do roku 1793 lat	- - - -	221
Summa	-	1243

Zbieram te liczby, i mam summę 1243. Tyle więc lat do roku 1793. iuż Polska stoi.

Można toż samo zadanie rozwiązać przez odeymowanie, odciągaiąc od roku danego 1793. rok 550. i wypada 1243 to samo, co wyżey.

Zadanie II. Polacy Wiarę Katolicką przyięli Roku Pańskiego 965. Chcę wiedzieć, wiele lat

lat temu, iak w iednego i prawego Boga uwierzyli i wierzą?

Rok 965. od roku 1793. odciągam, i mam lat 828.

Zadanie III. Prusy za Kazimierza IV. do Korony Polskiey przyłączone, i na trzy Woiewództwa podzie one Roku Pańskiego 1466. Pytam wiele lat wyszło od tego złączenia Prus z Polską?

Rok 1466. od roku 1793. odciągam, i mam lat: 327

Zadanie IV. Sztuka Drukarska wynaleziona iest roku 1440. Pytam wiele lat od wynalezienia iey upłynęło?

Odciągam rok 1440. od roku np. 1793. i mam lat: 353.

Zadanie V. Prochów palących wynalazek przypisuią Bartoldowi Mnichowi Kolońskiemu około roku 1380. Chcę wiedzieć, iak dawno proch do strzelania wynaleziony?

Rok 1380. od roku 1793. odciągam, i mam lat 413. od prochu wynalezienia.

Zadanie VI. Jan pyta się mnie, wiele ma lat? i powiada, że się rodził Roku Pańskiego 1745. w Miesiącu Wrześniu, dnia 15. tegoż.

Ja żebym mu należycie odpowiedział; kładę w pierwszym rzędzie na odeymowanie, nie rok ten 1775. którego się mię o to pyta, ale rok przeszły; ponieważ ten ieszcze się nieskończył. A że się mnie o to spytał w miesiącu listopadzie, dnia 10. po latach kładę miesiące, po miesiącach dnie w jedney linii.

Podobnież mnieyszą liczbę, którą mam odciągać, czyli rok, którego się Jan rodził, iednym zmnieyszam, a resztę dopełniam miesiącami

cami od stycznia aż do tego, którego się uro- dził, czyli do września, tym sposobem:

Lata.	Miesięce.	Dni.
1774.	10.	10.
1744.	- 8.	15.
- - 30.	- 1.	25.

Ma tedy Jan do dnia danego lat 30, mie- siąc 1, dni 25. Y tym sposobem lata od czyie- go urodzenia dochodzić się zawsze powinny.

Zadanie VII. Katarzyna pragnie wiedzieć: którego Chrystusa roku urodziła się; i mówi mi, że ma do dziś dnia lat 29.

Ja 29. od roku np. 1792. odciągam, i znayduię rok Pański: 1763. którego się Ka- tarzyna urodziła.

Zadanie VIII Z powszechnego Astrono- mów wymiaru, słońce odległe iest od ziemi na mil Niemieckich: 20,136,600, a xiężyc na mil: 54900. Pytam iak wielka iest odle- głość słońca od xiężyca?

Odciągam liczbę mnieyszą od większey, i mam odległość Słońca od xiężyca na mil Nie- mieckich: 20,081,700.

Zadanie IX. 2600 żołnierzom maiącym wy- strzelić 12 razy, wiele ładunków potrzeba?

Mnożę liczbę większą przez mnieyszą, i mam produkt: 31,200. Tyle im więc ła- dunków potrzeba.

Zadanie X. Ma Oyciec lat 45, Syn zaś lat 12. Pytam ile lat obudwom żyć potrzeba, ażeby syn miał połowę lat oycowskich?

Rozmnażam lata synowskie przez 2; pro- dukt 24 odciągam od lat oycowskich 45; re- szta 21 pokazuie, że lat 21 syn z oycem po- żywszy,

żywszy, będzie miał połowę lat oycowskich. Bo 45. a 21. czynią 66; a z drugiey strony, 21 a 12, czynią 33. Co iest połową lat 66.

Zadanie XI. Obwód czyli Cyrkuł okręgu ziemiowodnego dzieli się na 360 stopniów; w jednym stopniu iest mil Niemieckich 15. Pytam ile ma mil Niemieckich obwód całey ziemi?

Rozmnażam 360 stopniów przez 15, i mam okręgu ziemskiego mil: 5400.

Zadanie XII. Podrożny doświadczaiąc Arytmetyka, rzecze do niego: doydź mi przez twe rachunki, wiele mil w tym tygodniu ubiegłem?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe ie podróżnemu sekretnie rozmnożyć przez 9, a produkt podzielić przez 3. Wieloraz z tego dzielenia wypadaiący znowu każe mu rozmnożyć przez 6. Toż prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, który sam podzieliwszy sekretnie przez 18, dochodzi mil ubieżonych kwoty.

Daymy że mil ubieżonych było 30; rozmnożywszy ie przez 9, wypada produkt 270, który dzielę przez 3, wychodzi wieloraz 90; ten mnożąc znowu przez 6, wypada produkt: 540. Ten produkt podzieliwszy sobie sekretnie przez 18, będę miał wieloraz 30; który mi okazuie liczbę mil ubieżonych.

Zadanie XIII. Ma Pan roczney intraty: 35,900. złotych; ta żeby mu na rok cały wystarczyła, chce wiedzieć, ile na każdy dzień może expensować?

Dzielę daną summę przez 365 dni, ponieważ rok cały tyle dni w sobie zamyka, wypada

pada wieloraz: 98 złotych, groszy 10, i coś.

Zadanie XIV. W fortecy pewney było Husarów i Pancernych 470; na Pancernych raz tylko w tydzień przypadała warta. Pytam wiele było Husarów, a wiele Pancernych?

Dzielę 1470 przez 7, z których się tydzień składa; wieloraz pokazuie mi liczbę Pancernych: 210. Wieloraz ten odciągnąwszy od 1470, reszta pokaże liczbę Husarów.

Zadanie XV. Dwoch Braci proszą trzeciego o orzechy, które mu darowano. Na co im tak mówi:

Oyciec połowę, czwartą część ma matka,
Szóstąm dał siostrze, wy chcecie ostatka?
Z tysiąca dwóchset, tylko to mam w reście,
Których zgadnąwszy liczbę, wszystkie weście.

Podziel *naprzód*: 1,200. przez dwa, a wieloraz ukaże ci, że oyciec wziął: 600.

Podziel *powtóre*: 1200 przez 4, wieloraz pokaże ci, że matka wzięła: 300.

Podziel *potrzecie*: 1200 przez 6, wieloraz pokaże ci, że siostrze dastało się 200.

Te summy razem zniosłszy, summę z nich zebraną 1,100 odciągniy od 1,200. reszta od odciągnienia pozostała, pokaże, iż ieszcze zostało się mu orzechów 100, które dwom braci swoim ofiarował.

Zadanie XVI. Zgadnąć ilė kto w grze kościaney urzucił?

Każ niech ci owę liczbę gracz podwoi tyle razy, ile mu się podoba; np: trzy razy, cztery razy; potém proś niech ci summę owę wyiawi, którą ty tyle razy przez 2 podziel,

ile

ile razy podwoiona była liczba. Wieloraz pokaże ci prawdziwą liczbę urzuconych kości.

Daymy że gracz urzucił 9, podwaiam, staie się 18; podwaiam znowu, staie się 36; znowu podwaiam, staie się 72; tę summę gdy przez 2, trzy razy podzielisz, bo trzy razy była podwaiana liczba urzucona 9, znaydziesz prawdziwą liczbę 9.

Zadanie XVII. Zgadnąć ile kto wygrał?

Każ temu, kto ci zadaie, aby owę liczbę np: 15, podwoił, będzie 30, niech przyda do summy, ile zechcesz, byle ta liczba, którą przydaie, parzysta była, np: 8. będzie 38; te niech przez 2 podzieli, będzie 19, niech ci dopiero tę summę powie, od którey ty odciągniy połowę tego, coś przydał, iak tu 4, reszta pokaże ci liczbę, którey szukasz, to iest: 15.

Zadanie XVIII. Zgadnąć ile kto z pieniędzy wydał?

Człowiek to mi zadaiący, niech sobie pomyśli pieniędzy ile chce np. złot: 10. Tę summę, która zawsze parzysta bydź powinna, niechay potroi, będzie 30, potroioną niechay przez 2 podzieli, będzie 15. tak zmnieyszoną niechay przez 6 rozmnoży, wypadnie produkt 90. Niechay ci tę summę wyiawi, którą gdy przez 9. podzielisz, wypadnie ci liczba wydanych pieniędzy: złotych 10.

Zadanie XIX. Zgadnąć ile kto ma pieniędzy, albo sukien, albo fantów iakich, albo ile sobie na umyśle wystawił?

Kto ma rzecz iaką, albo ią sobie na umyśle wystawuie, niech ią potroi, tak potroioną niech podzieli przez 2. ieżeli ią dzielić

spełna można, ieżeli nie, niechay dodą iedno; potem znowu tę połowicę niechay potroi, tak potroioną niech znowu dzieli przez 2, dodaiąc iedno, ieśli potrzeba; naostatek niechay 9 tyle razy, ile można, odciągnie, i niech ci liczbę odrzuconych dziewiątków powie. Ty za każdy dziewiątek odrzucony, pisz 4, a za pożyczoną iedność, pisz iedno, ieśli raz pożyczono; ieśli dwa razy, pisz 2; i tym sposobem doydziesz liczby, którey szukasz. Np: myślę sobie, że mam złotych 5, potraiam, będzie 15, dzielę ptzez 2, pożyczywszy iednego, będzie 8, potraiam znowu, stanie się 24. dzielę, mam wieloraz 12, odrzucam 9. raz. Ja więc za odrzucony dziewiątek raz, pisze 4, a za pożyczoną iedność, pisze iedno, i mam 5, ilem sobie pomyślił.

Zadanie XX. Zgadnąć o którey godzinie wstał kto z łóżka?

Sposób robienia tenże sam, co i w przeszłym zadaniu. Np: wstał kto o godzinie 4, potroia to, będzie 12, dzieli przez 2, będzie 6, potraia znowu, stanie się 18. dzieli przez 2. wypadnie 9: te 9 wyrzuca raz, i powiada mi, że raz 9 wyrzucił; ia za ieden dziewiątek wyrzucony piszę 4, i odpowiadam mu, że o czwartey godzinie wstał.

Zadanie XXI. Zgadnąć ile wierszy na iakiey karcie znayduie się?

Naprzód każ sobie rachować wiersze przez 3, ile zbędzie nad liczbę potróyną, tyle razy rachuiący niech pisze 70. Potym niech rachuie przez 5, a ile nad 5 zbędzie, niech tyle razy napisze 21. Naostatek niech rachuie wiersze przez 7, i niech tyle razy napisze

15, ile się wierszy nad 7. zostało. Toż dopiero dodawszy te liczby, które z pozostałych wierszów powstały, od summy odciągniesz 105, ile razy będzie można, reszta pokaże ci liczbę wierszy, którey szukasz. Liczba iednak wierszy, których szukasz, nad 6 większa bydź powinna. Np. niech będzie na karcie wierszy 10, rachuiąc przez 3, zostaie się 1, zaczym piszę raz 70. rachuiąc przez 5, nic się niezostaie, nic więc nie piszę; rachuiąc nakoniec przez 7, zostaie się 3, zaczem piszę trzy razy 15 czyli 45. Dodawszy te liczby, wypada summa 115. Odciągam od niey 105, zostaie się 10, których szukałem.

Zadanie XXII. Zgadnąć którego dnia w tygodniu co kto uczynił.

Liczbę dnia tygodniowego, który sobie na umyśle wystawił, niecháy naprzód podwoi, potem tey liczbie podwoioney, niech przyda 5, nakoniec tę summę niech przez 5 rozmnoży, a do produktu niech przyda zero, i niech ci tę summę wypadłą powie. Ty od summy wypadłey odciągniy: 250, liczba stów pozostała z tego odciągnienia, ukaże ci dzień tygodniowy. Tak 100 wskaże pierwszy dzień tygodnia czyli niedzielę; 200 drugi dzień tygodnia czyli poniedziałek, i tak daley. Np. pisałem to w wtóry dzień tygodnia, czyli w poniedziałek; podwaiam tę liczbę, będzie 4, dodaię 5, stanie się 9, rozmnażam przez 5, wypadnie 45. przydaię zero będzie 450. Odciągam z tey summy 250, zostaie się 200, które mi ukazuią dzień drugi tygodnia czyli poniedziałek. Zera bowiem po odciągnieniu zaniedbuią się, iakoby ich nie było.

Za-

Zadanie XXIII. Zgadnąć liczbę złotych, iaką kto ma przy sobie, lub iakąkolwiek kto sobie pomyśli, inszym sposobem, iak wyżey w zadaniu XIX.

Do liczby pomyśloney, każ przydać 2, potem każ przydać na końcu 0; do tey summy znowu każ przydać 12, potem na końcu 0. Summę takową każ sobie powiedzieć: od którey gdy odeymiesz 320, a potem gdy odrzucisz dwa zera 00, liczba która się zostaie, iest liczba złotych pomyślona. Np. niech będzie liczba pomyślona 5, przydawszy iey 2, będzie 7, przydawszy potem 0, będzie 70, znowu przydawszy 12, będzie 82, przydawszy potem 0, będzie 820. Z tey summy gdy odciągniesz sekretnie 320. zostanie się 500; odrzuciwszy dwa zera, zostanie się 5, liczba złotych pomyślona.

Zadanie XXIV. Zgadnąć w którey kto ręce ma do pary złotych, lub inszych fantów, a w którey nie do pary?

Każ rozmnożyć liczbę złotych, które są w prawey ręce, przez iakąkolwiek parzystą liczbę, np. przez 2, albo przez 4, albo przez 6, albo przez inną podobną; liczbę zaś złotych, które są w lewey ręce, każ rozmnożyć przez liczbę nieparzystą, np. przez 3 albo przez 5, albo przez 7, albo przez inszą tym podobną. Toż obadwa te produkta, każ w jednę summę zebrać. Summę tę ze dwóch produktów złożoną, każ sobie powiedzieć, która ieśli będzie parzysta, to iest: ieśli się da rozdzielić na dwie połowy równe, to w prawey ręce iest liczba złotych nie do pary, a w lewey do pary. Jeżeli zaś nie da się

rozdzie-

rozdzielić na dwie połowy równe, lecz 1 będzie zostawać, to w prawey ręce, iest liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary.

Np, Niechby w prawey ręce było złotych 4. a w lewey 3. Kazawszy rozmnożyć 4. przez 2, potem 3 przez 3, a te dwa produkta 8 + 9, razem zniósłszy, będzie summa 17, która że się na dwie połowy równe rozdzielić nie da, bo dzieląc 17 przez 2, zostaie się 1, więc w prawey ręce, iest liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary, i t. d.

Dotąd mowa była o liczbach całkowitych, teraz mówić będziemy o liczbach łamanych.

ROZDZIAŁ II.

O rachunkach liczb łamanych.

§. 1.

O liczbach łamanych w ogólności, i ich własnościach.

1. Co iest liczba łamana czyli frakcya?

Jest część, albo kilka części rzeczy iakiey na kilka równych części podzieloney. Tak np. podzieliwszy złoty na trzy części, gdy mam z tych trzech części dwie, mówi się: że mam dwie części ze trzech, albo dwa ze trzech: co na piśmie tak się wyraża: $\frac{2}{3}$.

2. Jak się pisze i wyraża liczba łamana?

Liczba łamana składa się zawsze ze dwóch liczb; z których iedna pisze się nad liniyką, a druga pod liniyką; np. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{5}{15}$. Y wyraża się tak: iedna ze dwoch albo połowa, iedna ze czterech, dwie z pięciu, cztery z dziesięciu, pięć z piętnastu, to iest cząstek.

3.

3. Jak się nazywaią te liczby?

Wyższa nad liniyką położona, zowie się licznik (Numerator) niższa zaś pod liniyką, zowie się mianownik (Denominator) niższa nazywa się mianownikiem dla tego, bo mi mianuie, na wiele części rzecz iaka iest podzielona. Wyższa licznikiem przeto, bo mi liczy, wiele ia mam części z rzeczy podzielney; np. $\frac{3}{9}$ znaczy, że mam trzy części z dziewięciu.

4. Wieloraki bydź może ułomek?

Dwoiaki: właściwy i niewłaściwy.

5. Kiedy iest właściwy, a kiedy nie właściwy ułomek?

Kiedy licznik iest mnieyszy od mianownika, na ten czas ułomek iest właściwy, i znaczy mniey, iak iedno całkowite; np. $\frac{2}{5}$ iednego złotego, znaczy mi tylko, iak niżey obaczemy, groszy 12.

Kiedy zaś licznik iest równy mianownikowi, na ten czas ułomek iest niewłaściwy, i znaczy mi iedno całkowite, np. maiąc $\frac{3}{3}$ iednego złotego, znaczy że mam cały złoty; bo mam trzy części z tey rzeczy, która na też same trzy części podzielona była.

Kiedy na koniec licznik iest większy od mianownika, na ten czas ułomek zowie się także niewłaściwy, albo zmyślony, i znaczy mi więcey, iak rzecz całą. Np. maiąc $\frac{5}{3}$ złotego, znaczy, że mam i te trzy części, na które złoty był podzielony, i dwie prócz tego części drugiego złotego, na takoweż równe części podzielonego; to iest mam złoty ieden cały, i dwie ze trzech części drugie-

go

go złotego, to iest groszy 20. Y właściwie tak się wyraża: 1 $\frac{2}{3}$. (a)

6. Co iest ułomek liczby łamaney, czyli frakcya frakcyi?

Ułomek liczby łamaney, iest to część od sameyże łamaniny czyli frakcyi odcięta. Tak gdy z $\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mówi się: że mam połowę ze dwoch części podzielonych na trzy, i pisze się tak: $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$. Liniyka te dwa ułomki przedzielaiąca okazuie, że pierwszy ułomek iest częścią ułomka następuiącego. Tak np. maiąc $\frac{2}{3}$, dwie części ze trzech iednego złotego, to iest groszy 20, gdy z tych daię drugiemu $\frac{1}{2}$ połowę, mówi się: żem mu dał połowę ze dwóch części podzielonych na trzy iednego złotego, to iest groszy 10.

7. Jakie są znaki Arytmetyczne dla uniknienia wszelkiego w rachunkach zatrudnienia?

Są te następuiące wszystkim Rachmistrzom powszechne:

Znak równości między liczbami iest taki $=$ np. a $=$ b, znaczy że cena przez literę a wyrażona, równa iest we wszystkiem cenie, która się przez b wyraża.

Znak dodawania iest taki: †, i nazywa się więcey (plus) co w Polskim ięzyku wyrazić się może przez literę a; np. 2 † 4. $=$ 6, znaczy,

---

[a] Liczby łamane powstaią czyli rodzą się, albo z reszty po dzieleniu zostaiącey, iakośmy wyżey namienili; albo kiedy liczba podzielna mnieysza iest od swego dzielnika; w ten czas bowiem dzielenie wyraża się przez ułomek, dawszy przez śrzodek liniykę: np. Chcąc dzielić 5 przez 12; ponieważ liczba podzielna 5 mnieysza iest od dzielnika 12, więc dzielnik wyraża się przez ułomek tak: $\frac{5}{12}$, pięć podzielone przez dwanaście.

czy, że dwa a cztery, czynią 6, albo są równe sześciu.

Znak odeymowania iest taki : —, i nazywa się mniey (*minus*) np: 5 — 3 = 2, znaczy że pięć zmnieyszone trzema, równa się dwom.

Znak mnożenia iest taki : X. np: 5 X 2 = 10, znaczy, że pięć rozmnożone przez 2, równa się dziesięciom.

Znak dzielenia wyraża się przez ułomek, w którym liczba do podzielenia dana kładzie się za licznika, a dzielnik za Mianownika. Np. $\frac{8}{2}$ = 4. znaczy żeiosm podzielone przez 2, równa się czterem.

Znak proporcyi rozdzielney czyli względu równego między liczbami iest taki : : np. 2. 4 : : 5. 10, znaczy, że między 2 i 4 taż sama zachodzi różnica, tenże sam wzgląd, co między : 5 i 10, to iest: że iako 2 w 4, tak 5 w 10, dwa razy zupełnie mieszczą się.

Znak proporcyi ciągłey iest taki ÷ z samego początku położony. Np. ÷ 1. 2. 4. znaczy, że śrzednia liczba 2, dwa razy się bierze, raz iako 1, (iedno) dwa razy w sobie zamyka, drugi raz iako sama w 4 dwa razy wzaiemnie się mieści.

8. Które są prawdy niezawodne Arytmetyczne, czyli *Axiomata* do doskonalszego liczb łamanych zrozumienia potrzebne ?

Są te trzy następuiące :

PRAWDA I.

JEdno tak się ma do całego ułomka czyli do frakcyi całey, iak się ma mianownik tegoż ułomka do swego licznika. Np. 1. $\frac{2}{3}$ 3: 2. Jedno tak się ma do dwoch części ze trzech, iak

iak się ma mianownik 3 do licznika 2. Jedno bowiem iest to rzecz cała niepodzielona, która tak się ma do swoich części przez cały ułomek wyrażonych, iak ma się mianownik, toż samo iedno na części podzielone oznaczaiący, do tychże samych swoich części w liczniku zamkniętych. Czyli krócey: iak się ma iedno do swoich części, tak się ma toż iedno, do tychże samych części. Obiaśniymy to przykładem: niech będą $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części iednego złotego, to iest: gr: 20. Złoty więc ieden tak się ma do $\frac{2}{3}$, to iest: do gr: 20, które cały ułomek $\frac{2}{3}$ wyraża, iak się maią gr: 30, czyli złoty do gr: 20, to iest: iak się ma mianownik do swego licznika.

PRAWDA II.

Ułomki, w których liczniki iednakową do swoich mianowników maią proporcyą, są równe i iedney ceny. Np: $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{12}$. Ponieważ w każdym z tych ułomków, licznik dwa razy zupełnie mieści się w swoim mianowniku, dla tego wszystkie te ułomki znaczą połowę.

PRAWDA III.

JEżeli tak licznika iako i mianownika iakiego ułomka przez tęż samę liczbę rozmnożę, albo podzielę, waloru ułomku bynaymniey nie odmienię. Np. następuiącego ułomka $\frac{3}{6}$ rozmnażaiąc przez 5 tak licznika 3 iako i mianownika 6, wypadnie ułomek: $\frac{15}{30}$ który toż samo znaczy, co pierwszy. Podobnież danego ułomka tak licznika 3 iak mianownika 6 dzie-

dziełąc przez 3, wynika ułomek $\frac{1}{2}$ teyże samey, co i pierwszy wielkości.

§. 2.

O sprowadzeniu liczb łamanych na mnieysze wyrazy, i o dochodzeniu ich waloru albo ilości.

9. Jakim sposobem można ułomki na mnieysze wyrazy sprowadzać, i dla iakiego końca?

Ułomki na mnieysze wyrazy dwoiakim sposobem można sprowadzać: albo przez miarę powszechną naywiększą; albo przez liczbę na domysł wynalezioną taką, któraby licznika i mianownika spełna dzieliła. Sprowadzaią się zaś na mnieysze wyrazy dla tego, ażeby ie rachować, i wartości ich dochodzić łatwiey i prędzey można było.

10. Co to iest miara powszechna dwóch liczb naywiększa, i dla czego tak się nazywa?

Miara dwóch liczb powszechna naywiększą iest ta liczba, która dwie dane liczby zupełnie i bez naymnieyszey reszty dzieli. Np. między 6 i 9, miara powszechna naywiększa iest 3; gdyż przez te 3 podzieliwszy 6, wychodzi spełna dwa 2, a podzieliwszy 9. wychodzi 3, także bez naymnieyszey reszty. Podobnie liczb 12 i 16, miara powszechna naywiększa iest 4. Dla tego zaś liczba takowa nazywa się miarą naywiększą, że liczb danych przez nię dzielonych, żadna inna liczba większa nad nię zarównie podzielić nie może.

11. Jak tedy danych dwóch liczb znaleśdź miarę powszechną naywiększą?

Znayduie się tym sposobem: liczbę większą

przez

przez mnieyszą, a potem przez resztę dzielnika do póty dzielę, aż póki nic się z liczby podzielney (wielorazy zawsze porzucaiąc) nie zostanie, ostatni dzielnik będzie miarą powszechną naywiększą: np. Niech będą liczby A i B: których szukam miary powszechney naywiększey:

```
B. 136 | A. 248 | 1
       |    136 |
       |________|
       C. 112 | B. 136   1
              |    112 |
              |________|
              D. 24  C. 112 | 4
                   |     96 |
                   |________|
                   E. 16 | D. 24 | 1
                         |    16 |
                         |_______|
                         F. - 8 | E. 16 | 2
                                |    16 |
                                |_______|
                                   - -
```

Naprzód tedy liczbę większą A przez liczbę B. dzielę, a wieloraz mimo puściwszy, przez resztę pozostałą C dzielę liczbę mnieyszą B; a porzuciwszy i tu wieloraz, znowu przez zostaiącą się resztę D dzielę liczbę C; gdzie znowu wieloraz zaniechawszy, przez resztę E. dzielę liczbę D; nakoniec przez resztę F dzielę liczbę E; która liczba F że bez żadney reszty podzieliła liczbę podzielną E, i nic się po odciągnieniu nie zostało, zaczem 8 dwóch liczb A i B na początku danych, iest miarą powszechną naywiększą, którey szukałem; a zatem podzieliwszy przez 8 naprzód liczbę B 136, wypada mi 17, potem liczbę A 248,

wypadnie mi 31, bez naymnieyszey od podzielenia obudwòch danych liczb reszty, i będę miał: 136. ÷ 17, a 248 ÷ 31, czyli $\frac{17}{31}$.

Przykład II. Szukam naywiększey powszechney miary między następuiącemi dwoma liczbami, iedney pod literą K, drugiey pod literą L.

```
L. 102 | K. 438  4
       |    408
       |  ------
        M. .30 | L. 102 | 3
               |     90 |
               |  ----- |
                 N. -12 | M. 30 | 2
                        |    24 |
                        |  ---- |
                          O. - 6 | N  12 | 2
                                 |    12 |
                                 | ----- |
                                    - -
```

Między temi dwiema danemi liczbami naywiększa powszechna miara iest 6, przez które dzieląc liczbę L, wypadnie spełna 17, a dzieląc liczbę K wypadnie także bez żadney reszty po podzieleniu 73.

12. Jeżeli po skończonem dzieleniu danych liczb zostanie się co, czego to iest znakiem?

Jeżeli po skończonem tym sposobem między dwiema danemi liczbami dzieleniu, zostaie się iedno, znak to iest, że liczby dane żadney powszechney miary między sobą nie maią, i zowią się liczby niezmierzyste, (numeri incommensurabiles) iako się to daie widzieć w następuiących liczbach, pod literami P i Q wyrażonych:

Q 37

```
Q. 37 | P. 85 | 2
      |    74 |
      ---------
        R. 11 | Q. 37 | 3
              |    33 |
              ---------
                S. - 4 | R. 11 | 2
                       |     8 |
                       ---------
                         T. - 3 | S. 4 | 1
                                |    3 |
                                --------
                                     1
```

Że tedy po podzieleniu dwóch liczb P i Q zostaie się 1, znak iest, że owe liczby żadney powszechney miary mieć nie mogą; zaczem przez żadną liczbę podzielić ich tak nie można, aby się od obudwóch nic nie zostało.

Inni szukaią także powszechney miary przez odeymowanie, odciągaiąc liczbę mnieyszą od większey dopóty, aż póki liczba, którą odciągam, i reszta po odciągnieniu, nie będą sobie równe. Liczba po odciągnieniu pozostała będzie miarą powszechną naywiększą: np. Szukaiąc miary powszechney między liczbami: 32 i 80; odciągam 32 od 80, zostaie się 48; od tych znowu odciągam 32, zostaie się 16; te 16 odciągam od 32, zostaie się 16, równa reszta liczbie, którąm odciągał. Zaczem ta reszta 16 iest miarą powszechną naywiększą danych liczb 32 i 80, przez którą obiedwie liczby podzieliwszy, wypadną liczby 2 i 5.

Okazanie czyli demonstracya tego działania przez się iest iasne. Bo przez nieustanne owo liczby mnieyszey od większey, czy to przez dzielenie, czy przez samo naturalne odciąganie,

ganie, przyiść naostatek koniecznie musiemy do takiey liczby, któraby danych liczb równym była wymiarem, albo przynaymniey wskazała nam, że między danemi liczbami żadney miary powszechney znaleść nie można.

13. Który iest drugi sposób sprowadzenia liczb danych na mnieysze wyrazy?

Ten sposób iest bardzo łatwy i prędki, i na tem zawisł, aby spoyrzawszy na dane liczby, wynaleść na domysł liczbę taką, którąby mi dane liczby bez żadney reszty dzieliła; iaka liczba nayczęściey trafia się 2, i insze tym podobne: np. Te liczby 36 i 96 chcąc na mnieysze terminy obrócić, widzę że przez 2 spełna dzielić się mogą. Dzielę ie więc naprzód przez 2, wypadną te: 18 i 48. Te znowu dzielę przez 2. wypadną liczby 9 i 24. Te znowu dzielę przez 3, wypadną mi 3 i 8; daley przez żadną liczbę obiedwie razem dzielić się nie mogą. (b)

Fundament tego masz z prawdy: 3, K. 63.

14. Jak się tedy liczba łamana na naymnieysze terminy sprowadza, nieodmieniaiąc bynaymniey iey wartości.

Sprowadza się tym sposobem: przez miarę powszechną naywiększą, albo przez liczbę nadomysł wynalezioną, tak licznik iako i mianownik danego ułomka dzieli się: wieloraz z li-

---

[b] Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczem zażyta bydź może za naywiększą powszechną miarę między sobą i drugą liczbą daną. Tak 7 iest naywięszą powszechną miarą między 7 i 21. Bo 7 podziewszy przez 7, wypadnie 1, a 21. podzieliwszy przez , wypadnie 3, bez żadney od oboyga liczb reszty.

2 licznika będzie nowym licznikiem, a wieloraz z mianownika będzie nowym mianownikiem nowego ułomka danemu we wszystkim równy, przez prawdę 3. Np ułomek następuiący: $\frac{60}{96}$ chcąc sprowadzić do naymnieyszych wyrazów, szukam naywiększey powszechney miary między temi dwiema liczbami sposobem wyżey podanym, i znayduię 12; przez te 12 dzieląc licznika 60, wypadnie 5, a dzieląc mianownika 96, wypadnie 8. Mam tedy nowy ułomek w naymnieyszych terminach: $\frac{5}{8}$ pierwszemu we wszystkim równy.

Toż samo wypadnie dzieląc licznika i mianownika przez liczbę na domysł wynalezioną, np. przez 3, a potem te wielorazy znowu dzieląc przez 4, będę miał: $\frac{5}{8}$ iak wyżey.

Przykład II. Ułomek następuiący: $\frac{128}{272}$ chcę sprowadzić na naymnieysze wyrazy. Przez miarę powszechną 16, dzielę tak licznika, iako i mianownika danego ułomka, wynika mi nowy ułomek pierwszemu równy: $\frac{8}{17}$ Toż samo mi wyniknie, dzieląc też liczby np. przez 2, potem przez 4, potem znowu przez 2, będzie nowy ułomek: $\frac{8}{17}$ pierwszemu równaiący się zupełnie.

15 Jak się dochodzi, ile który ułomek wartuie albo znaczy?

Dochodzi się tym sposobem: Licznik danego ułomka rozmnaża się przez te cząstki, z których się rzecz całkowita składa, a ten produkt dzieli się przez mianownika tegoż ułomka: wieloraz ukaże co ułomek ów znaczy: np. Chcąc wiedzieć, wiele uczynią $\frac{2}{5}$ dwie z piąciu części iednego złotego? Rozmnażam licznika 2 przez cząstki złotego, z

któ-

których się składa, to iest: przez groszy 30. Wypada mi produkt 60; ten dzielę przez mianownika 5, wychodzi wieloraz: 12, który mi ukazuie, że $\frac{2}{5}$ iednego złotego, znaczą groszy 12.

§. 3.

O sprowadzeniu liczb łamanych do iednego mianownika.

16 COto iest sprowadzić ułomek do iednego mianownika, i na co?

Jest to uczynić, ażeby ułomki różnych mianowników maiące, iednego potem mianownika miały, nieodmieniwszy w niczem wewnętrzney swoiey ilości, iak się niżey w przykładach pokaże. Dla tego zaś sprowadzaią się, aby ie dodawać i odciągać można było; oczem niżey.

17. Jak tedy dane ułomki do iednego mianownika sprowadzać?

Tym następuiącym sposobem: niech będą np: te dwa ułomki: $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{5}$, które chcę do iednego mianownika sprowadzić. Rozmnażam naprzód między sobą danych ułomków mianowniki, i mam produkt 15, który dwa razy pod liniykami piszę, bo dwa ułomki do iednego mianownika sprowadzam. Ten produkt dwa razy napisany, będzie pospolitym mianownikiem nowych ułomków. Potem szukam nowych liczników: rozmnażaiąc licznika frakcyi pierwszey na krzyż przez mianownika drugiey, i mam nowego licznika ułomka pierwszego $\frac{10}{15}$. Toż rozmnażam licznika frakcyi drugiey na krzyż przez mianownika pierwszey, i mam nowego licznika ułomka drugiego $\frac{9}{15}$.

Te

Te nowe ułomki pierwszym danym we wszystkiem są równe przez Praw: 3, i iednego maią mianownika. Oto przykład:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{10}{15}\ \frac{9}{15}.$$

18. Jeżeli więcęy iak dwie liczby łamane dane będą, iak ie do iednego mianownika sprowadzać trzeba?

Tymże samym prawie, co wyżey, sposobem. Naprzód mianowniki wszystkich ułomków między sobą rozmnażam, i mam pospolitego dla nowych ułomków mianownika, Liczników zaś nowych tak szukam: rozmnażam na krzyż licznika pierwszego ułomka danego, przez mianowniki inszych frakcyi, prócz własnego mianownika, i będę miał nowego licznika dla pierwszey frakcyi nowey. Dla wynalezienia licznika dla drugiey frakcyi, teyże frakcyi licznika danego rozmnażam przez dane mianowniki inszych frakcyy, prócz tylko mianownika własnego, i tak daley. Niech będą np. następuiące ułomki: $\frac{1}{3}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$, które chcę do iednego mianownika sprowadzić. Naprzód mianowniki dane między sobą rozmnażam: trzy razy cztery, są 12; i znowu pięć razy dwanaście, są 60; mam już mianownika dla nowych ułomków pospolitego. Teraz szukam licznika dla pierwszego ułomka tak: biorę danego licznika 1, i rozmnażam go przez mianowniki inszych frakcyy, prócz swego, to iest: rozmnażam go przez 4 i przez 5, mam produkt 20, który piszę za licznika frakcyi pierwszey nowey. Potem rozmnażam licznika danego drugiey frakcyi 2, przez mianowniki, prócz swego, to iest: przez 3 i przez 5, mam produkt: 30, który piszę za licznika

dru-

drugiey frakcyi nowey. Naostatek rozmnażam licznika danego frakcyi trzeciey 3, przez inne mianowniki prócz swego, to iest: przez 3 i przez 4; mam produkt 36, który piszę za licznika frakcyi nowey trzeciey. Mam tedy nowe ułomki z iednakowym mianownikiem, we wszystkim danym ułomkom równe. Oto przykład:

$$\frac{1}{3}\frac{2}{4}\frac{3}{5} = \frac{20}{60}, \frac{30}{60}, \frac{36}{60}.$$

Tym sposobem choćby naywięcey ułomków, mogę łatwo do iednego mianownika sprowadzić.

19. Jak inaczey można ułomki do iednego mianownika przywieść, i kiedy?

W ten czas można łatwiey i krócey dane ułomki do iednego mianownika przywieść, kiedy mianownik iedney ze dwoch frakcyi spełna dzieli mianownika frakcyi drugiey; bo na ten czas przez wieloraz, z tego dzielenia wypadaiący, rozmnożywszy licznika i mianownika frakcyi mnieyszey, to iest tey frakcyi, którey mianownik mianownika frakcyi drugiey spełna podzielił; obiedwie łamane liczby będą miały iednakowego mianownika: na przykład. W tych ułomkach: $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{12}$, ponieważ mianownik 4 pierwszey frakcyi zamyka się zupełnie trzy razy w mianowniku 12 drugiey frakcyi daney; więc przez ten wieloraz 3 rozmnażam licznika i mianownika pierwszey frakcyi mnieyszey: 3 X $\frac{3}{4}$, mam $\frac{9}{12}$, która frakcya tegoż samego ma mianownika, co i druga $\frac{5}{12}$. Oto przykład:

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{12} = \frac{9}{12}, \frac{5}{12}.$$

20. Jak poznać można większość iedney frakcyi od drugiey?

Z na-

Z nauki w tym paragrafie daney łatwo poznać można, iż ta z danych frakcyy iest większa, która ma większego licznika, sprowadziwszy ie wprzód do iednego mianownika, iako w danych przykładach widzieć się daie.

§ 4.

O sprowadzeniu liczb łamanych na całkowite, i przeciwnie całkowitych na łamane; oraz o ułomkach liczby łamaney.

21. JAk liczbę łamaną na liczby całkowite obrócić?

Kiedy ułomek ma licznika albo równego, albo większego nad mianownika, w ten czas, iako się wyżey powiedziało, ułomek taki iest niewłaściwy, i przeto obraca się na liczby całkowite bardzo łatwo, tym sposobem: Licznik frakcyi daney dzieli się przez swego mianownika, wieloraz wypadaiący pokaże liczbę całkowitą. Np. maiąc: $\frac{5}{5}$ pięć z pięciu części iednego złotego, dzielę licznika 5. przez mianownika 5, i wypada ieden złoty. Podobnie $\frac{16}{8}$ talera bit: znaczy talerów bitych 2.

22. Jeżeli po odprawionem dzieleniu co się zostaie, co z tem czynić potrzeba?

Na ten czas reszta pozostała od złożenia liczby całkowitey, kładzie się za ułomek z tymże samym mianownikiem, który teraz dzielnikiem był: np. Maiąc $\frac{15}{8}$ złotego; po uczynionem dzieleniu, mam złotych 2 $\frac{1}{8}$, albo $\frac{1}{2}$, iednę ze dwóch części, czyli połowę złotego, to iest: groszy 15. (c) 23.

(c) Stąd uczymy się obracać monety, wagi i miary mnieysze na większe: tak $\frac{240}{20}$ groszy = złotym 12. Tak $\frac{8}{4}$ ćwierci = łokciom 2.

23. Przeciwnie iak się liczba całkowita na liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego mianownika przywodzi?

Przywodzi się tak: dana libzba całkowita rozmnaża się przez danego mianownika, produkt wypadaiący będzie iego licznikiem: np. Chcę 4 obrócić na liczbę łamaną, którey mianownikiem ma bydź 5. Rozmnażam daną liczbę całkowitą 4 przez danego mianownika 5, a produkt wypadaiący piszę za licznika, i mam ułomek $\frac{20}{5}$ równy we wszystkim daney liczbie całkowitey 4; gdyż 20 podzieliwszy przez 5, wypadną nazad 4 całkowite. Tak chcąc 6 złotych sprowadzić do mianownika 30; rozmnażam 30 przez 6, wychodzi łamana liczba $\frac{180}{30}$, to iest: groszy 180 = 6 złotym. (d)

24. Jedno iak się na ułomek obraca?

Ponieważ iedno nic nierozmnaża, więc to iedno całkowitey liczbie za mianownika podkładam, i staie się niby frakcya. Np. $\frac{7}{1} = 7$. $\frac{9}{1} = 9$. Czego niżey w rozmnożeniu i podzieleniu liczb łamanych niemały pokaże się pożytek i używanie.

25. Co to ieszcze uważać i zachować trzeba?

Kiedy liczba całkowita ma frakcyą przyległą, w ten czas do produktu przydać trzeba licznika frakcyi daney. Np. 3 i $\frac{2}{5}$ chcąc sprowa-

[d] Stąd uczymy się obracać monety, wagi, i miary większe na mnieysze, rozmnożywszy ie przez monety, wagi, i miary mnieysze, które w sobie zamykaią. Tak talerów bitych 20, rozmnożywszy przez 8, mam złotych: 160. Korcy 10 rozmnożywszy przez 32, mam garcy: 320.

wadzić do mianownika 5; po rozmnożeniu 5 przez 3, dodaię do produktu 15, licznika 2, i mam nowy ułomek: $\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}$.

Póydźmy iuż do ułomków liczby łamaney.

26. Jak ułomki liczby łamaney na iednę prostą frakcyą sprowadzić?

Trzeba rozmnożyć tak liczniki, iako i mianowniki między sobą, wypadnie iedna frakcya pierwszym zupełnie równa: np. Z tych dwóch frakcyy: $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$, z których pierwsza iest ułomkiem drugiey, chcąc iednę frakcyą zrobić: rozmnażam osobno liczniki między sobą: 1 X 2; i mianowniki: 2 X 3. Produkt z liczników 2, będzie nowym licznikiem, a produkt z mianowników 6, będzie nowym mianownikiem frakcyi trzy $\frac{2}{6}$, równey we wszystkim daney frakcyi z iey ułomkiem: $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$.

27. Jak to można przykładem iakim obiaśnić?

Wspómnionym przykładem tak to obiaśniam: maiąc $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$ iednego złotego, to iest: groszy 10, iednoż iest, iak gdybym miał $\frac{2}{6}$ tegoż samego złotego. Bo frakcya $\frac{2}{6}$ na mnieysze wyrazy sprowadzona, czyni: $\frac{1}{3}$, to iest groszy 10; a ponieważ 10 gr: $= \frac{1}{2}|\frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 10$. Więc groszy 10 = 10 groszy.

Toż samo czynić potrzeba, kiedy więcey ułomków iedney frakcyi przyidzie na iednę frakcyą zbierać. Np. następuiącey frakcyi ułomki: $\frac{3}{4}|\frac{2}{3}|\frac{4}{6}$, w iednę zbiwszy, będą miał frakcyą tę: $\frac{24}{72}$ danym ułomkom zupełnie równą. (e)

§. 5.

(e) Ułomki liczb łamanych stąd powstaią, kiedy iaka frakcya (b aca się w inszą do danego mianownika, a mianownik pierwszey frakcyi produkt wypadły nie

§. 5.

O dodawaniu i odciąganiu liczb łamanych.

28, JAk liczby łamane dodawać?

Jeżeli łamane liczby do zebrania dane maią iednego mianownika, tak się w nich czyni dodawanie: dodaią się wszystkie liczniki, a summie tenże sam mianownik dany podpisuie się: np. Chcąc dodać te ułomki: $\frac{3}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{12}$, zbieram liczniki, i mam z nich summę zebraną 15, którey podkładam pospolitego mianownika, i wypada ułomek: $\frac{15}{12} = 1 + \frac{3}{12}$, czyli $= 1 + \frac{1}{4}$.

Jeżeli zaś liczby łamane, które mam dodawać, różnych maią mianowników, takowe wprzód sprowadzam do iednego mianownika przez

---

spełna dzieli, skąd rodzi się frakcya frakcyi. Naprzykład Chcąc $\frac{2}{3}$ sprowadzić do frakcyi, którąby miała mianownika 6; rozmnażam licznika 2, przez danego mianownika 5, mam produkt 10, ten dzielę przez mianownika pierwszey daney frakcyi 3; po dywizyi zostaie się 1; więc kładę wieloraz 3 nad mianownikiem 5, tak: $\frac{3}{5}$, i zaraz przyłączam frakcyą z reszty wynikaiącą, z dawnym mianownikiem $\frac{1}{3}$, która iest ułomkiem liczby łamaney, tak ie pisząc: $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} | \frac{1}{5}$, i tak ie wymawiam: dwa ze trzech sprowadzone do mianownika pięciu, czynią trzy z pięciu, i ieden ze trzech, iednego z pięciu: $\frac{2}{3} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} | \frac{1}{5}$.

Ze zaś $\frac{2}{3}$ równe są: $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} | \frac{1}{5}$ tak tego dowieść można: ten ułomek liczby łamaney: $\frac{1}{3} | \frac{1}{5}$ do iedney frakcyi sprowadziwszy iest $\frac{1}{15}$; więc $\frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{15}$. Te frakcye sprowadzam do iednego mianownika, mam: $\frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{1}{15}$; a dodaiąc ie, będzie. $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$. Nakoniec tę frakcyą: $\frac{10}{15}$ na mnieysze terminy sprowadziwszy, dzieląc np. przez 5, wypadnie: $\frac{2}{3}$; więc: $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

przez pytanie 17, dopiero zbieram liczniki sposobem wzmiankowanym; Np. chcąc dodadać te ułomki: $\frac{3}{5}$ + $\frac{4}{6}$. Sprowadzam ie wprzód do iednego mianownika, i mam nowe ułomki przeszłym równe: $\frac{18}{30}$ + $\frac{20}{30}$. Teraz dodane czynią: $\frac{38}{30}$ = 1 + $\frac{8}{30}$.

29. Jeżeli liczby łamane maią przy sobie liczby całkowite, co w ten czas czynić potrzeba?

Jeżeli liczby całkowite z łamanemi przyidzie zbierać, tedy osobno znoszą się liczby całkowite, osobno liczby łamane; np. Dodaiąc gr: 2 + $\frac{1}{3}$, i groszy 5 + $\frac{2}{3}$, uczynią gr: 7 + $\frac{3}{3}$ = 1, wszystko = 8 groszy.

Podźmy iuż do odciągania liczb łamanych,

30. Jak liczby łamane odciągać?

Odciąga się licznik mnieyszy od większego, ieżeli ułomki maią iednego mianownika; a ieżeli nie, to się wprzód do iednego mianownika sprowadzaią, a reszcie po odciągnieniu podpisuie się pospolity mianownik. Np. $\frac{5}{9}$ — $\frac{2}{9}$ = $\frac{3}{9}$ albo $\frac{1}{3}$. Także chcąc odciągać z $\frac{4}{5}$ — $\frac{2}{3}$ sprowadzam ułomki do iednego mianownika, i mam: $\frac{12}{15}$ — $\frac{10}{15}$. Teraz liczniki odciągnąwszy, mam ułomek $\frac{2}{15}$.

31. Co ieszcze w odciąganiu liczb łamanych uważać trzeba?

To ieszcze zważać potrzeba: kiedy przyidzie odciągać liczby całkowite z łamanemi od całkowitych oraz z łamanemi, w ten czas całkowite odciągam od całkowitych, a łamane od łamanych, podkładaiąc reszcie pospolitego mianownika. Np. z 7 + $\frac{3}{4}$ chcąc odciągnąć 3 + $\frac{2}{4}$, zostaie się 4 + $\frac{1}{4}$

Kiedy zaś dana będzie frakcya do odciągnienia iey od liczby całkowitey, tedy wprzód całkowitą sprowadzam na frakcyą, do mianownika

wnika przyległey frakcyi, toż dopiero czynię subtrakcyą, np. Chcąc odciągać z 5 — $\frac{1}{3}$, rozmnażam naprzód 5 przez danego mianownika 3, mam frakcyą z tymże mianownikiem $\frac{15}{3}$, od którey odciągam — $\frac{1}{3}$, i zostaie się: $\frac{14}{3}$ = 4 † $\frac{2}{3}$.

Podobnym sposobem chcąc od 9 odciągnąć 4 † $\frac{3}{5}$. Naprzód 1 z całkowitey liczby 9 obracam na frakcyą, którąby miała tegoż mianownika, co i frakcya dana, i będzie frakcya $\frac{5}{5}$, od którey odciągam — $\frac{3}{5}$, zostanie się $\frac{2}{5}$; potym odciągam liczby całkowite 4 od 8 (bom iedno na frakcyą sprowadził) i zostaie się mi wszystkiego: 4 † $\frac{2}{5}$. Albo też 4 całkowite sprowadzam naprzód do mianownika 5 przyległey frakcyi przez mnożenie, a do produktu dodaię licznika danego 3, i mam nową frakcyą: $\frac{23}{5}$. Potem 9 całkowite sprowadzam także na mianownika danego 5, i będę miał frakcyą: $\frac{45}{5}$ Teraz z tych frakcyy: $\frac{45}{5}$ — $\frac{23}{5}$ odciągnąwszy mnieyszą od większey, zostanie się: $\frac{22}{5}$ = 4 † $\frac{2}{5}$.

Na to pomnieć tu należy, iż do zbierania i odciągania liczb łamanych, potrzeba zawsze, aby iednego mianownika miały.

§. 6.

O mnożeniu i dzieleniu liczb łamanych.

32. JAk się odprawuie mnożenie liczb łamanych?

Rozmnażaią się liczniki i mianowniki między sobą, produkt z liczników, będzie licznikiem nowey frakcyi, a produkt z mianowników, będzie mianownikiem frakcyi nowey. Np. $\frac{1}{2}$ X $\frac{2}{3}$ = $\frac{2}{6}$.

33. Które przypadki w rozmnożenia liczb łamanych trafić się mogą?

Te trzy następuiące: albo rozmnażać przyidzie ułomek przez ułomek; albo liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą; albo nakoniec mnożyć przyidzie całkowitą z liczbą łamaną przez całkowitą razem z łamaną.

34. W pierwszym przypadku co czynić trzeba?

Trzeba, iakom powiedział, liczniki i mianowniki osobno rozmnożyć, i będzie odprawione mnożenie. Np. chcąc mnożyć $\frac{5}{7}$ przez $\frac{3}{5}$: rozmnożywszy liczniki 5 X 3, i mianowniki 7 X 5, wypadną produkta: $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$. Podobnie rozmnażaiąc $\frac{2}{3}$ przez $\frac{3}{5}$, wypadnie produkt: $\frac{6}{15}$.

35. W drugim przypadku iak sobie postąpić trzeba?

Kiedy liczbę całkowitą przez łamaną, albo łamaną przez całkowitą mnożyć przychodzi, w ten czas liczbie całkowitey podkłada się za mianownika 1, potem czyni się mnożenie sposobem ukazanym. Np chcąc 5 przez $\frac{1}{3}$ rozmnożyć, podkładam pod 5 iedno, i będę miał niby frakcyą: $\frac{5}{1}$ X $\frac{1}{3}$ = 1 † $\frac{2}{3}$

36. Co nakoniec w trzecim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przez całkowitą razem z łamaną mnożyć potrzeba, na ten czas liczby całkowite sprowadzaią się wprzód na liczby łamane; dopiero czyni się mnożenie sposobem opisanym, np. Chcąc rozmnożyć 7 przez 2 † $\frac{2}{3}$; sprowadzam naprzód 2 całkowite do mianownika frakcyi

przy-

przyległey 1, a pod 7 kładę 1, i mam u'cmki nowe: $\frac{7}{1}$ i $\frac{8}{3}$, które rozmnożone czynią: $\frac{56}{3} = 18 + \frac{2}{3}$. Podobnie gdy chcę rozmnożyć: 6 i $\frac{3}{5}$ przez 3 i $\frac{2}{3}$, sprowadzam liczby całkowite do frakcyi danych mianowników, i rozmnożywszy liczników i mianowników, wypadnie produkt: $\frac{363}{15} = 24 + \frac{3}{15}$, albo $\frac{1}{5}$.

37. Pokażmy w przykładzie pożytek mnożenia liczb łamanych?

Niech będzie następuiący przykład: Płacąc łokieć sukna po 6 + $\frac{2}{3}$, to iest po złot: 6. i gr: 20, pytam wiele zapłacić potrzeba za 20 + $\frac{2}{4}$, to iest za łokci 20 i ćwierci 2?

Sprowadzam naprzód liczby całkowite do przyległych im frakcyy, to iest: 6 + $\frac{2}{3} = \frac{20}{3}$, a 20 + $\frac{2}{4} = \frac{82}{4}$. Rozmnożywszy między sobą te frakcye: $\frac{20}{3}$, X $\frac{82}{4}$, wypadnie: $\frac{1640}{12} = 136 + \frac{8}{12}$ czyli $\frac{2}{3}$. Więc za łokci 20 i ćwierci dwie dać powinienem złot: 136. i gr: 20.

38. Jak łatwiey liczb łamanych mnożenie odprawić można, i kiedy?

Liczb łamanych mnożenie odprawić także można przez dzwizyą, dyieląc na krzyż mianownika frakcyi iedney przez licznika frakcyi drugiey, i wzaiemnie; lecz tylko w ten czas, gdy się bez reszty dzielić mogą. Tak chcąc rozmnożyć te frakcye: $\frac{2}{4}$ przez $\frac{8}{10}$, dzielę 8 przez 4, a to 10 przez 2, i mam produkt danych frakcyy: $\frac{2}{5}$. Jakoż mnożąc te dwie frakcye wyżey podanym sposobem, toż samo wypadnie. Bo $\frac{2}{4}$ X $\frac{8}{10}$ $= \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$.

Okazanie czyli demonstracya mnożenia liczb łamanych.

Mnożyć frakcyą A przez frakcyą B, iest to wyna-

wynaleść za produkt frakcyą C, którąby się tyle razy mieściła w frakcyi mnożney B, ile razy frakcya A, za mnożyciela dana, mieści się w jednym. A że w tym razie, iako frakcya C. dwa razy mieści się w frakcyi B, tak frakcya A dwa razy mieści się w jednym; zaczem frakcya C. iest produkt frakcyi B, rozmnożoney przez frakcyą A.

A. B. C.

$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}.$

Stąd każdy doyść może, dla czego z mnożenia liczb łamanych A i B, produkt C wynikaiący mnieyszy iest od frakcyy, które między sobą mnożę. Bo ponieważ 1 tak się ma do frakcyi A. iak się ma frakcya B do frakcyi C. (iakośmy w mnożeniu prostem powiedzieli) a iedno iest większe nad frakcyą A; więc i frakcya B większa bydź powinna nad frakcyą C; a zatem produkt przez frakcyą C wyrażony, powinien bydź mnieyszy.

Teraz o dzieleniu liczb łamanych mówić będziemy.

39. Jak się odprawia dzielenie liczb łamanych?

Ogólnie mówiąc, odprawuie się dzielnika wspak obracaiąc, to iest licznika kładąc na mieyscu mianownika, a mianownika na mieyscu licznika, potem liczniki i mianowniki osobno między sobą rozmnożywszy, produkt wypadaiący będzie wielorazem frakcyi daney. Np. przez $\frac{3}{5}$ dzieląc $\frac{2}{3}$, będzie: $\frac{5}{3}\,\frac{2}{3} = \frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$.

40. Wiele przypadków w dzieleniu liczb łamanych trafić się może?

Podobnie iak w mnożeniu trzy przypadki

trafić się mogą; bo albo frakcyą przez frakcyą dzielić potrzeba, albo frakcyą przez liczbę całkowitą, lub całkowitą przez łamaną, albo nakoniec liczbę całkowitą z łamaną, przez całkowitą z łamaną.

41. Jak się w pierwszym przypadku frakcya przez frakcyą dzieli?

Dzielnik obraca się wspak, iakośmy dopiero powiedzieli, dopiero czyni się mnożenie, np: Chcąc dzielić $\frac{4}{5}$ przez $\frac{1}{3}$; obracam dzielnika $\frac{1}{3}$ wspak, mam $\frac{3}{1}$; teraz mnożąc liczniki 4 X 3, i mianowniki 5 X 1, wypadnie wieloraz $\frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5}$. Podobnie dzieląc $\frac{6}{7}$ przez $\frac{1}{4}$, obróciwszy wspak dzielnika, i liczbę rozmnożywszy, wypadnie wieloraz $\frac{24}{7} = 3 + \frac{3}{7}$.

42. Co w drugim przypadku czynić potrzeba?

Jle razy przyidzie dzielić liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą, potrzeba liczbie całkowitey podłożyć iedno, a dzielnika wspak obrócić, potem mnożyć liczniki i mianowniki; produkt będzie danym wielorazem: np. Chcąc dzielić 3 przez $\frac{1}{4}$; podkładam trzem iedno, mam: $\frac{3}{1}$, i wspak obróciwszy dzielnika $\frac{4}{1}$, mnożenie uczyniwszy, będzie: $\frac{12}{1} = 12$. Podobnie $\frac{2}{3}$ dzieląc przez 6, dadzą wieloraz: $\frac{2}{18}$ albo $\frac{1}{9}$.

43. Jak na koniec w trzecim przypadku odprawuie się liczb łamanych dzielenie?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przychodzi dzielić także przez całkowitą wraz z łamaną, w ten czas liczby całkowite potrzeba wprzód sprowadzić do frakcyy przyległych, a potem czynić działanie, iak się w pierwszym przypadku powiedziało: np. Chcę dzielić 7

†

† $\frac{1}{3}$ przez $\frac{1}{4}$; sprowadzam wprzód 7 do frakcyi przyległey, będzie $\frac{22}{3}$. Dzielnika wspak obracam, mam: $\frac{4}{1}$. Teraz $\frac{22}{3}$ X $\frac{4}{1}$, wypadnie wieloraz: $\frac{88}{3}$ = 29 † $\frac{1}{3}$. Podobnie chcąc dzielić 5 † $\frac{1}{4}$ przez 4 † $\frac{2}{3}$, sprowadziwszy liczby całkowite do przyległych frakcyy, i dzielnika wspak obróciwszy, wypada wieloraz: $\frac{63}{56}$ = 1 † $\frac{7}{56}$.

44. Jak łatwiey, i kiedy liczby łamane dzielić można?

1 Kiedy mianownik w oboiey frakcyi iest tenże sam, tedy mianowników zmazawszy, licznika przez licznika dzielę, i mam wieloraz prawdziwy; a ieśli się co po dywizyi zostaie, to piszę przez frakcyą z mianownikiem danym, czyli dzielnikiem. Tak np. dzieląc $\frac{4}{6}$ przez $\frac{2}{6}$, zmazawszy mianowniki dane, a podzieliwszy 4 przez 2, wypadnie wieloraz: 2 całkowite. Podobnie dzieląc $\frac{3}{4}$ przez $\frac{2}{4}$. mażę mianowniki, a 3 przez 2 podzieliwszy wyniknie: 1. † $\frac{1}{2}$.

2. Kiedy terminy frakcyi za dzielnika daney, spełna dzielą terminy frakcyi podzielney, na ten czas nowy licznik i mianownik, które z tey dywizyi wynikną, będą wielorazem daney frakcyi. Tak np. chcąc dzielić frakcyą $\frac{4}{9}$ przez $\frac{2}{3}$ podzieliwszy 4 przez 2, a 9 przez 3, mam frakcyą nową: $\frac{2}{3}$, która iest prawdziwym wielorazem danych frakcyi. Zarównie dzieląc $\frac{6}{12}$ przez $\frac{3}{4}$, wypadnie: $\frac{2}{3}$.

Okazanie, czyli demonstracya roboty w dzieleniu liczb łamanych.

Dzielić frakcyą *A* przez frakcyą B, iest wynaleść wieloraz C, do którego iedno tę powinno mieć proporcyą, iaką ma dzilnik B

do liczby podzielney A, podług regół o dzieleniu prostem wyżey podanych. Lecz że w tym razie, iedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcya dzieląca B do frakcyi podzielney A; Jedno albowiem tak się ma do frakcyi C, iak się ma mianownik teyże frakcyi 3 do swego licznika, przez Prawdę I. Frakcya zaś B do frakcyi A tak się ma, iak 3 do 4. Gdyż sprowadziwszy te dwie frakcye A i B do iednego mianownika, mam frakcye: M. i N. frakcyom A i B we wszystkiem równe; te zaś dla iednakowego mianownika tę maią do siebie proporcyą, iak 3 do 4; a zatem iedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcya B do A; przeto frakcya C iest wieloraz frakcyy A i B do podzielenia danych.

B. A. C.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$.

M. N. |

$\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ | 1. $\frac{4}{3}$: 3. 4.

Z tego okazania, łatwo doyść można przyczyny, dla którey w dzieleniu liczb łamanych, wieloraz wypada większy nad liczbę do podzielenia daną; co się w ten czas przytrafia, kiedy frakcya dzieląca mnieysza iest nad iedno całkowite. Bo ponieważ dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma iedno do wieloraza; odmieniwszy tę proporcyą, dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do wieloraza. A że dzielnik iest mnieyszy od iednego całkowitego, zaczem i liczba podzielna od wieloraza mnieysza bydź powinna.

Proby dodawania, odeymowania, mnożenia i dzielenia liczb łamanych, też same są, któ-

które się podały wyżey w regułach liczb całkowitych; to iest: Addycya doświadcza się przez subtrakcyą, subtrakcya przez addycyą, multyplikacya przez dywizyą, dywizya przez multyplikacyą, posobem tamże przepisanym. (f)

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyższey Arytmetyki.

§. 1.

O Proporcyi w powszechności.

1. WIele iest reguł wyższey Arytmetyki?

Reguły wyższey Arytmetyki pospolicie rachuią się cztery, to iest: 1. Reguła proporcyi. 2. Reguła towarzystwa, albo spółki, 3. Reguła wiązania. 4. Reguła domniemania, czyli fałszywego założenia. Do tych przydaią Arytmetycy: wyciąganie ścian, i skoki liczbowe. Pierwsza z wyrażonych reguł iest nayprzednieysza, gdyż na niey inne gruntuią się, i bez iey pomocy odprawić się nie mogą. Przeto do zupełnego iey zrozumienia, za rzecz potrzebną sądzę, o liczbach stosunkowych i ich własnościach nieco pomowić.

2. Co

(f) Cokolwiek dotąd o Addycyi, Subtrakcyi, Multyplikacyi i Dywizyi liczb tak całkowitych iako i łamanych powiedzieliśmy, to wszystko iest fundamentem całey głębszey Arytmetyki; bez tych fundamentów dalsze i wyższe Arytmetyki reguły żadną miarą rozwiązane bydź nie mogą. A stąd iaśnie pokazuie się niemały pożytek i potrzeba wiadomości liczb nie tylko całkowitych, ale i łamanych, w następuiących regułach Arytmetycznych, a naprzód w regule proporcyi.

2. Co to iest proporcya w powszechności? co wzgląd, albo *ratio*?

Proporcya iest to dwóch względów wzaiemnych pewne porównanie albo pomiarkowanie. Ten zaś wzgląd (*ratio*) iest dwóch liczb albo rzeczy, iedney do drugiey stosowanie, albo mienie się. Tak np. 6 i 3 do siebie stosuiąc, widzę, że liczba 6 liczbę 3 dwa razy w sobie zamyka, a liczba 3 w liczbie 6 także dwa razy się zamyka. Podobnie te liczby: 2 i 1 do siebie stosuiąc, widzę, że 2 dwa razy 1 w sobie zamyka, a 1 we dwóch także dwa razy się zawiera. Otoż ten wzgląd liczb zowie się proporcyą, która w wyrażonych dopiero liczbach zachodzi dwakrotnie; bo iak 3 w 6, tak 1 w 2 dwa razy się zamyka.

3. Jak się zowią te terminy?

Pierwszy termin zowie się pierwszy poprzedzaiący (*Antecedens.*) Drugi zowie się 1wszy następuiący (*Consequens.*) Trzeci zowie się drugi poprzedzaiący; A czwarty drugi następuiący. Pierwszy także i ostatni terminy zowią się ostatniemi; a drugi i trzeci śrzedniemi nazywaią się. Cztery terminy tenże sam wzgląd między sobą maiące, zowią się proporcyonalne.

4. Wieloraka iest proporcya?

Jest dwoiaka: rozdzielna, (*discreta*) i ciągła (*continua.*)

5. Co iest proporcya rozdzielna, a co ciągła?

Rozdzielna iest ta, w którey liczby czyli terminy proporcyi po razu iednym, a każdy z osobna bierze się. Np. 2. 4. : : 3. 6. mówię: tak się ma 2 do 4. iak 3 do 6. Bo 2 we 4 zamyka się dwa razy, a 3 w 6 także dwa

razy

razy się zamyka. Albo od końca: 6 tę liczbę 3, dwa razy w sobie zamyka; podobnie 4 tę liczbę 2, dwa razy w sobie zawiera. Tey proporcyi w następuiących regułach naywięcey i nayczęściey używać będziemy.

Ciągła zaś proporcya iest ta, kiedy liczba czyli termin we śrzodku położony, dwa razy bierze się i porównywa, raz iak poprzedzaiący, drugi raz iak następuiący. Np. ÷ 4. 2. 1. mówię iak się maią 4 do 2, tak się maią też same 2 do 1. Gdzie 2 raz się biorą za termin następuiący, drugi raz za termin poprzedzaiący. Ta proporcya w skokach liczbowych będzie nam potrzebna.

6. Które są prawidła, albo fundamenta upewniaiące o niezawodnych własnościach proporcyi?

Są te trzy następuiące:

Pierwsze, Jeżeli cztery dane liczby będą między sobę proporcyonalne, tedy produkt z liczby pierwszey i ostatniey, równy będzie produktowi z liczbey drugiey i trzeciey. Daymy cztery liczby proporcyonalne:

3. 6 : : 4. 8.

Jako $3 \times 8 = 24$, tak wzaiemnie $6 \times 4 = 24$. Na tem prawidle zasadza się robota reguły proporcyi prostey, i iey proba. Albowiem ieżeli produkt przez iednę liczbę, z liczb między sobą rozmnożonych będzie podzielony, druga z nich za wieloraz wypadnie. Np. ieżeli produkt 24 wynikaiący z mnożenia 4×6, podzielony będzie przez 6, wypadną 4; ieżeli przez 4, wypadną 6.

Dla tego ieżeli dane będą trzy liczby czyli terminy proporcyonalne, np. 3 6. : : 4. a szuka

ka kto czwartego, do którego tę by miał proporcyą trzeci, którą ma pierwszy do drugiego; niechay drugi termin rozmnoży przez trzeci, a produkt podzieli przez pierwszy, wypadnie czwarty termin proporcyonalny 8.

Przyczyna tego ta iest: bo z rozmnożenią drugiego terminu przez trzeci, tenże produkt wypada, któryby wypadł z mnożenia pierwszego przez czwarty niewiadomy. Więc przez mnożenie drugiego przez trzeci, iuż mam termin czwarty, ale ieszcze w większey liczbie ukryty. Gdy tedy podzielę ten produkt przez termin pierwszy, wypadnie drugi faktor, czyli czwarty termin dotąd ukryty. Tymże sposobem znayduie się termin pierwszy, dzieląc produkt z liczb śrzednich przez termin ostatni, wypadnie pierwszy.

Drugie Prawidło. Jeżeli z danych czterech terminów, termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iak na odwrot termin czwarty do drugiego, tedy produkt z pierwszego i drugiego, będzie równy produktowi z terminu trzeciego i czwartego. Daymy cztery liczby następuiące: 1. 6 : : 2. 3.

W tych liczbach, że między pierwszym terminem 1, i trzecim 2, taż sama zachodzi proporcya, która między terminem czwartym 3 i drugim 6, tedy będzie proporcya porządna: 1. 2 : : 3. 6. Przeto podług Praw: I. 1 X 6 = 2 X 3 = 6. A zatem produkt z pierwszego i drugiego, będzie równy produktowi z terminu trzeciego i czwartego.

Na tem prawidle zasadza się reguła proporcyi wspak obrócona. Ponieważ bowiem w tey proporcyi produkt z terminu pierwszego i drugiego iest równy produktowi z trzeciego i

czwartego, więc produkt z pierwszego i drugiego dzieląc przez termin trzeci, wypadnie czwarty ukryty; który tak się mieć będzie do drugiego iak pierwszy do trzeciego. Np. 1. 6 : : 2. 3.

Trzecie Prawidło. Jeżeli dane będą trzy liczby ciągle proporcyonalne, produkt z pierwszey i trzeciey, równy będzie produktowi drugiey w się wprowadzoney, (to iest przez siebie samę rozmnożoney) i przeciwnie, produkt śrzedniey w się wprowadzony, równy będzie produktowi z pierwszey i trzeciey. Np. ∺ 1. 2. 4. 1 X 4 = 2 X 2 = 4.

Szukaiąc więc w ciągłey proporcyi trzeciego terminu nieznaiomego, drugi termin przez się rozmnażam, a produkt dzielę przez pierwszy, wypadnie trzeci ukryty. Np: porównywaiąc 2 do 4, a chcąc wiedzieć iaka będzie trzecia liczba, do któreyby 4 tęż samę miały proporcyą, którą maią 2 do 4, śrzednią liczbę 4 przez siebie rozmnażam, wychodzi 16, dzielę ten produkt przez pierwszą liczbę 2, wypada trzecia proporcyonalna 8. (g) Tego prawidła pożytek ukaże się niżey, gdy będziemy mówili o wynaydowaniu różnych liczb ciągle proporcyonalnych.

§. 2.

O regule proporcyi albo trzech prostey.

7. CO iest reguła proporcyi?

Jest ta, która uczy, i podaie sposób, do

[g] Za pomocą wspomnionych proporcyy wiele dziwnych rzeczy rozwiązać można, które prostactwo za niepoięte sądzi, i które rozwiązane za cud iakiś poczytywać zwykło.

dla wynalezienia ze trzech liczb wiadomych czwartey niewiadomey proporcyonalney. Y dla tey przyczyny zowie się regułą proporcyi.

8. Jak się inaczey nazywa reguła proporcyi?

Nazywa się ieszcze: Regułą złotą, albo regułą trzech.

9. Dla czego zowie się regułą złotą, dla czego regułą trzech?

Złotą nazywa się dla zacności i nieskończonego pożytku w pożyciu ludzkim. Regułą zaś trzech zowie się przeto, iż ze trzech liczb danych wiadomych, czwartey niewiadomey dochodzić uczy.

10. Wielorako dzieli się reguła proporcyi?

Dzieli się pospolicie czworako: na prostą i składaną porządną; potem na prostą wspak obróconą, i na składaną wspak obróconą. O każdey w szczególności mówić będziemy.

11. Co iest reguła proporcyi prosta porządna?

Jest ta, w którey czwartego terminu szukamy takiego, któryby tęż samę miał proporcyą do trzeciego, iaką ma drugi do pierwszego. Wiedzieć albowiem trzeba, iż w regule proporcyi prostey, im większy iest termin trzeci od pierwszego, tym czwarty większy bydź powinien od drugiego; i przeciwnie, im trzeci termin mnieyszy iest od pierwszego, tym czwarty mnieyszy bydź powinien od drugiego. W przykładach następuiących iaśnie to się pokaże.

12. Jak się w tey regule proporcyi prostey terminy układaią?

Ta liczba, do którey iest przywiązane pytanie czyli zadanie, kładzie się na mieyscu

trze-

trzecim, ta zaś która z liczbą na mieyscu trzecim położoną, iednego iest gatunku, kładzie się na mieyscu pierwszym; ta która się zostaie, kładzie się we śrzodku.

Przykład I. Pytam się: wiele dadź potrzeba za 5 bochenków chleba, którego ieden bochenek płaci się po groszy 3?

Ponieważ w tym przykładzie liczba 5, ma do siebie przyłączone pytanie, więc te 5 bochenków kładę na mieyscu trzecim, a 1 bochenek kładę na mieyscu pierwszym, zostaiącą się liczbę inszego gatunku, kładę we śrzodku tym sposobem:

1. 3 :: 5.

13. Jak się ta reguła prostey proporcyi odprawuie?

Odprawuie się tak: Termin drugi rozmnaża się przez trzeci; a produkt z tego rozmnożenia wynikaiący, dzieli się przez termin pierwszy. Wieloraz wypadaiący będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcyonalnym, i na zadane pytanie odpowie. Ta robota zasadza się na praw: I.

Tak w danym przykładzie, rozmnażam 3 przez 5, a produkt 15 dzielę przez termin pierwszy 1. Lecz ponieważ iedno nie dzieli, mam na czwarty termin 15. Oto robota:

Chleb	gr:	Chl:	gr.
1.	3 ::	5.	15.
	5		
	15		

Jedno nie dzieli, więc 15 gr: dadź trzeba za 5 bochenków chleba, gdy się ieden płaci po 3 grosze.

Przy-

Przykład II. Wydał kto przez 4 miesiące złot: 25, pytam przez rok cały, czyli przez 12 miesięcy wiele wyda, iednostayny kładąc wydatek? Liczba wynaleziona 75.

Robota. Mies: zł: Mies: zł:

4. 25 :: 12. 75.

12

50

25

---

4 | 30,0 | 75.
  | 28 |

20.

20.

\- -

Przykład III. Posłaniec na dzień ubiega mil 8, pytam mil 40 za wiele dni ubieży? Liczba szukana: 5.

Robota. Mile dni Mile dni.

8. 1 :: 40. 5.

1

---

8 | 40 | 5
  | 40 |

\- -

14. Co na ten czas czynić potrzeba, kiedy dane terminy będą różnego gatunku?

Trzeba ie przed robotą zbić na ieden gatunek, potem tak czynić iak wyżey.

Przykład Rzemieślnik np. Mularz, bierze na dzień złot: 2; pytam za cały miesiąc wiele zarobi?

W tym przykładzie ponieważ zachodzą terminy różnego gatunku dni i miesięcy,

za-

zaczem miesiąc obracam na dni 30, i układam proporcyą:

Dni złote. Dni złote.
1. 2 :: 30. 60.
2
———
60.

Więc za miesiąc zarobi złot: 60.

Przykład II. Dzień 1 daie godzin 24, rok cały, czyli dni 365, wiele godzin dadzą? Liczba szukana: 8760.

15. Co ieszcze w tych terminach uważać trzeba?

Jeżeli produkt z drugiego i trzeciego terminu, mnieyszy będzie od terminu pierwszego, a przeto przezeń nie będzie się mógł dzielić, na ten czas ów produkt, czyli drugi termin wprzód na niższy gatunek sprowadzić trzeba, toż dopiero dzielić.

Przykład. Za półsetek płótna, to iest za łokci 50 dałem złotych 25; pytam ile ieden łokieć kosztuie?

Układam terminy:
Łok: złot: Łok; złot:
50. 25 :: 1.

Ponieważ iedno nie mnoży. a 25 złotych przez 50 łokci dzielić nie mogę; więc złote sprowadzam na grosze, i mam gr: 750. Mówię tedy: ieżeli za 50 łokci dałem groszy 750. Cóż przypadnie za 1. łokieć? Wypada groszy. 15.

Łok: grosze Łok: gr:
50. 750 :: 1. 15.

16. Kiedy liczby całkowite maią przyległe ułomki, co na ten czas czynić potrzeba?

Trzeba liczby całkowite obrócić na frakcye

pzy-

przyległe; pod temi zaś liczbami całkowitemi, która frakcyi żadney nie maią, podkłada się 1 za mianownika; potem odprawuie się mnożenie i dzielenie sposobem o liczbach łamanych przepisanym.

Przykład I. Za łokieć 1 felpy dałem złotych $2 + \frac{1}{2}$; chcę wiedzieć wiele trzeba będzie dać za łokci $6\frac{3}{4}$; to iest za 6 łokci i trzy ćwierci? Liczba szukana: złot: $16 + \frac{7}{8}$.

$$1. \quad 2 + \tfrac{1}{2} :: 6 + \tfrac{3}{4} ..$$
$$\tfrac{1}{1}. \quad \tfrac{5}{2} \;::\; \tfrac{27}{4}. \quad 16 + \tfrac{7}{8}.$$

Ten przykład, i insze podobne, odprawuie się przez samo mnożenie, bo iedno na pierwszem mieyscu nigdy nie dzieli.

Przykład II. Kasper przez półtrzeci godziny ubiegł mil $4 + \frac{1}{4}$; pytam wiele ubiedz powinien za godzin $9 + \frac{1}{2}$? Liczba szukana: $16 + \frac{6}{40}$. albo $\frac{3}{20}$.

$$2 + \tfrac{1}{2}. \quad 4 + \tfrac{1}{4} :: 9 + \tfrac{1}{2}.$$
$$\tfrac{5}{2}. \quad \tfrac{17}{4} \;::\; \tfrac{19}{2} \quad 16 + \tfrac{6}{40} \ldots \text{(h)}$$

17. Jakie iest tey reguły prostey proporcyi skrócenie?

Jeżeli z samego spoyrzenia postrzegam, że termin pierwszy i trzeci, albo termin pierwszy i drugi, przez iaką liczbę dzielić się mogą spełna, dzielę ie przez owę liczbę, a wielorazy na mieyscach dzielonych terminów kładę. Podobnie ieżeli w wspomnionych terminach znayduią się zera, zmazać ie mogę, wszę-

(h) Ktoby frakcyy nieumiał, niechay gatunki wyższe zbiia na niższe, dopiero niech czyni robotę; po ktòrey skończoney, niech znowu gatunki niższe obraca na wyzsze. Np. w przykładzie I. 1 łokieć obracam na 4 ćwierci, 1 złote i groszy 15 obracam na gr: 75. Łokci 6 i trzy ćwierci obracam na ćwierci 27. Teraz układam proporcyą: 4. 75 :: 27.

wszędzie iednak równość zachowuiąc. Potem dopiero czynię robotę. Łatwiey mi zaś rozmnażać i dzielić liczby małe iak wielkie.

Przykład I. Pytam się wiele mam dać za 12 łokci sukna, którego łokci 2 kosztuią złotych 14? Ułożywszy terminy, widzę że pierwszy i trzeci termin dzielić się spełna może przez 2. Dzielę ie więc przez 2, a wielorazy na tych mieyscach kładę. Oto robota:

)	Łok:	złot:	Łok:	
Dzieln: 2)	2.	14 : :	12.	
)	1.	14 : :	6.	84.

Przykład II. Sto korcy pszenicy przedaią po złot: 1000; chcę wiedzieć ile 4 korce będą kosztowały? W tym przykładzie w pierwszym i drugim terminie po dwa zera odcinam, i bez dzielenia wypada mi termin czwarty 40.

1|00. 10|00 : : 4. 40.

Przykład III. Biorącemu w prowizyi sześć od sta; pytam ile się należy od 38,000?

1|00. 6 : : 380|00. 2280.

18. Jaki iest sposób na doświadczenie dobrze odprawioney reguły proporcyi prostey?

Ten niezawodny: ieśli produkt z liczb śrzednich iest równy produktowi z liczb skraynych, to reguła dobrze uczyniona; ieśli nierówny, trzeba ią ponowić. Tak np. w przedostatnim przykładzie, produkt z 100 X 40, równy iest produktowi z 1000 X 4 = 4000. Ta proba zasadza się na praw: I.

§. 3.

O regule proporcyi składaney porządney.

19. CO iest reguła proporcyi składana?

Jest ta w którey prócz trzech termi-

nów

nów istotnych, znayduią się insze przydatkowe, znaczące czas, zysk albo stratę, i tym podobne okoliczności, a w którey szuka się ieden termin nieznaiomy.

20. Jak się w tey regule składaney terminy układaią?

Terminy istotne układaią się tak, iak w regule proporcyi prostey. Terminy zaś przydatkowe kładą się po istotnych, lub też pod niemi, przydaiąc znak X. iak w przykładzie 1. widzieć można.

21. Jak się ta Reguła odprawuie?

Terminy istotne rozmnażaią się przez przydatkowe, tak żeby ze wszystkich terminów trzy tylko terminy wypadły. Potem czyni się robota iak w regule prostey proporcyi. Przykłady następuiące rzecz tę lepiey obiaśnią.

Przykład I. Pan ieden trzem sługom za 1 kwartał dawał płaty złotych 200, chce wiedzieć, sługom 6 za 4 kwartały wiele przypadnie?

W tym przykładzie liczby znaczące sługi i pieniądze, są terminy istotne, liczby zaś znaczące kwartały są przydatkowe. Układaią się więc tak:

3 X 1. 200 : : 6 X 4.

Albo tak: 3. 200 : : 6
1. 4.

Mnożę teraz 6, przez 4, mam: 24; potem 3 przez 1, mam: 3, i proporcya tak stoi:

3. 200 : : 24. . .

Maiąc iuż trzy tylko terminy proporcyonalne, rozmnażam drugi przez trzeci, a produkt dzielę przez pierwszy, i wypada mi liczba szukana: 1,6000. na czwarty termin.

Przy-

Przykład II. Tysiącem złotych przez 2 lecie zarobił Kupiec złotych 300; stem złotych przez lat 10 wiele może zarobić?

1000.	300 : :	100.	
Lata	2	10 Lata	
2|000.	300 : :	1|000.	150.

Przykład III. Od 200 złotych z prowizyą czterech od sta, płaci się corocznie złot: 80; od 12,000 z prowizyą sześciu od sta, wiele płacić przypadnie?

2000 X 4.	80 : :	12,000 X 6.	
8 Dziel:)8|000 -	80 ; :	72|000 :	
1 -	10 : :	72.	720.

W tym przykładzie dla uniknienia mnożenia dzielę terminy rozmnożone pierwszy i drugi przez 8, a zera odcinam, i ginie mnożenie i dzielenie.

22. Jak inaczey tę regułę składaną odprawić można?

Powtarzaiąc dwa razy regułę proporcyi prostą; przeto iż reguła składana dwa zadania pospolicie w sobie zamyka. Naprzód tedy pominąwszy terminy przydatkowe, a same trzy terminy istotne w proporcyą ułożywszy, szukam terminu czwartego; w drugiey proporcyi kładą się po bokach terminy przydatkowe, a we środku ich dopiero wynaleziony czwarty termin proporcyonalny.

Przykład I. Komornik ieden od stancyi płaci Gospodarzowi za kwartał złotych 9; pytam Komorników 6 za trzy kwartały wieleby zapłacić powinni? Układam pierwszą proporcyą:

Kom:	złot:	Kom:	złot:
1.	9 : :	6.	54.

 Z pier-

Z pierwszey roboty wypada czwarty termin 54. Układam teraz drugą proporcyą mówiąc: za ieden kwartał przypada złotych 54, ile przypadnie za 3 kwartały? wypada 162.

1. 54 : : 3. 162.

Przykład II. Na płacę dla 10 żołnierzy przez miesiąc ieden wychodzi złot: 579; chcę wiedzieć, wiele wynidzie dla żołnierzy 500 przez miesięcy 12? Przypadnie: 347,400.

Wolno tedy będzie każdemu używac sposobu, który się spodoba, pierwszy atoli zdaie się krótszy i łatwieyszy.

23. Co ieszcze o tey regule składaney wiedzieć potrzeba?

To ieszcze wiedzieć potrzeba, iż w tę regułę wchodzi czasem siedm, czasem i więcey terminów, które się w iednę proporcyą zbiiaią, mnożąc istotne przez przydatkowe, albo kilka razy powtarzaiąc regułę prostey proporcyi, sposobem dopiero opisanym.

Przykład. Kupiec pewny handluiąc 500 czerwonemi złotemi lat 4, zyskał czerw: złotych 300; pytam się kupców 4 handluiąc czerwonemi złotemi 1740 lat 6, ileby zyskali?

W tym przykładzie terminy istotne są trzy: Kupiec ieden zyskuie czerw: złotych 300, ile zyskuią 4? Układam więc proporcyą, terminy przydatkowe pod, albo przy istotnych kładąc:

	1.	300 : :	4.
Czer: zł:	500	- -	1740
Lata	4	- -	6 Lata.

Albo: 1 X 500 X 4. 300 : : 4 X 1740 X 6.

Po

Po uczynionem mnożeniu i dzieleniu wspomnionych terminów, wypada czwarty termin: 6264.

24. Jaka iest proba tey reguły składaney? Taż sama co i reguły proporcyi prostey porządney, iako wyżey.

§. 4.

O Regule proporcyi wspak obróconey.

24 CO iest reguła proporcyi wspak obrócona prosta (*Simplex inversa?*)

Jest ta, w którey termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iak termin czwarty do drugiego. Np. 12. 4 : : 6. 8. i która podaie sposób do wynalezienia czwartego terminu nie znaiomego. W regule albowiem proporcyi porządney powiedzieliśmy, że termin pierwszy tak się ma do drugiego, iak trzeci do czwartego. Y im pierwszy termin od trzeciego iest większy, tym termin drugi od czwartego większy bydź powinien, i przeciwnie. W tey zaś regule inaczcy rzecz się ma, iak się zaraz pokaże Ponieważ zaś naywięcey w tym trudności zachodzi, iak poznać, kiedy tey reguły użyć trzeba, zaraz na to podaię sposób:

25. Jak tedy poznać można, kiedy reguła proporcyi iest wspak obrócona?

Jle razy z samey natury zadanego pytania wypada, że im większy iest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty ma bydź większy od drugiego; lub im mnieyszy iest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty ma bydź mnieyszy od drugiego; albo biorąc od śrzodka: ile razy wypada, iż im większy iest ter-

min trzeci od pierwszego, tym mnieyszy wypaść powinien czwarty od drugiego, i przeciwnie; w takowym razie zawsze reguły proporcyi wspak obróconey używać trzeba.

Jest ieszcze i ten rozeznania wspak obróconey proporcyi sposób: kiedy prócz terminów istotnych zachodzi iaka rzecz od terminów różniąca się, i w robotę nie wchodząca; Jaka w pierwszym przykładzie niżey położonym zachodzi pewna summa pieniężna, w drugim pole do zaorania dano, w trzecim budynek do wystawienia dany.

26. Jak się ta reguła wspak obrócona odprawuie?

Termin pierwszy rozmnaża się przez drugi, a produkt dzieli się przez trzeci. Za wielorazz wypadnie termin czwarty proporcyonalny, który tak się będzie miał do terminu drugiego, iak się ma pierwszy do trzeciego. Ta robota zasadza się na praw: II.

Przykład I. Kawalerów 10 pewną summą pieniężną przez 4 lata wygodnie żyć mogą; pytam kawalerów 5 tąż summą iak długo obchodzić się powinni?

10. 4 : : 5. . .

W tym przykładzie z samey natury zadanego pytania postrzegam, iż 5 kawalerów daleko dłużey tąż samą summą obchodzić się powinni, a niżeli 10 kawalerów. Ponieważ tedy tym większy powinien wypaść termin czwarty od drugiego, im większy pierwszy od trzeciego, ten przykład przez regułę proporcyi wspak obróconey rozwięzywać należy. Zaczem rozmnażam 10 przez 4, mam 4; ten produkt dzielę przez termin trzeci 5, i mam termin zcwarty: 8.

10. 4 : : 5. 8.

Więc 5 kawalerów przez ośm lat ową summą wiktować się powinni.

Przykład II Sześcią pługami pewne pole zaorywano Gospodarzowi za dni 20; pytam się dziesięcią pługami iak prędko toż pole zorane bydź może? Wypada czwarty termin: 12.

6. 20 : : 10. 12.

Przykład III. Robotników 16 postawili budynek pewny za dni 60; chcę wiedzić robotników 24 iak prędko ten budynek, lub inny podobny, byliby wystawili? Wypada czwarty termin: 40.

16. 60 : : 24. 40.

Przykład IV. W pewney fortecy oblężoney, 1,500 żołnierzom wystarczy prowiantów na 3 miesiące; chcąc wiedzieć też prowianty przez 6 miesięcy na wielu żołnierzy wystarczyć mogą? Wypada czwarty tarmin: 750.

3 1500 : : 6. 750.

Przykład V. W pewnym zgromadzeniu na 8 osób beczka piwa w 9 dni wychodzi; pymysł osób 12 iak prędko tęż beczkę piwa wypróżnią? Wypada czwarty termin: 6

8. 9 : : 12. 6.

27. Jakie tey reguły bydź może skrócenie?

Następuiące: dzieląc przez iaką liczbę na domieć wynalezioną termin pierwszy, i trzeci, albo drugi i trzeci, tak aby się nic nie zostało, a wielorazy na ich mieyscu kładąc. Tak w ostatnim przykładzie dzieląc drugi termin 9 przez 3, wypada 3, a trzeci 12 także przez 3, wypada 4. Mam proporcyą nową: 8 3 : : 4. Jeszcze pierwszy termin i trzeci dzielę przez 4, wypadaią terminy następuiące: 2. 3 : : 1. Teraz

ma-

małą pracą wypada mi czwarty termin 6, tenże sam co wyżey.

28. Jak się ta reguła doświadcza?

Mnożąc termin pierwszy przez drugi, a termin trzeci przez czwarty. Jeżeli obadwa produkta będą równe, robota dobrze uczyniona; iak w przykładach położonych widzieć można.

29. Jak wspak obróconą regułę można obrócić na regułę proporcyi porządney?

Kładę termin, do którego przyłączone iest zadanie, na mieyscu pierwszym, a termin iednego z nim gatunku, na mieyscu drugim, a trzeci zostaiący się na mieyscu trzecim. Tak w ostatnim przykładzie 12 osób tak się maią do 8, iak dni 9 do dni 6.

12. 8 : : 9. 6.
9
———
12 | 72 | 6.

Toż samo w inszych przykładach czyń, gdy ie chcesz na regułę prostey proporcyi obrócić.

§. 5.

O regule proporcyi składaney wspak obróconey.

30. CO iest reguła proporcyi składana wspak obrócona?

Jest ta, w którey i proporcya wspak obrócona, i prócz terminów istotnych, insze przydatkowe zachodzą, a szuka się ieden nieznaiomy.

31. Jak się w niey terminy układaią?

Istotne kładą się w rzędzie wyższym, a przydatkowe w niższym; ten zaś, któremu się proporcyonalny szuką, i iednegoż z nim gatunku, kładzie się we środku.

Przy-

Przykład I. Fabryka iedna tabaczna przez rok 1 czyni pożytku zł: 20 000; Fabryk 6 pożytku 140.000 zł: za wiele lat uczynią?

W tym przykładzie istotne są te: Fabryka 1, rok 1, Fabryk 6; przydatkowe złotych 20.000, i złot: 140.000. Te więc terminy tak układam:

Fabr:		Fabr:
1.	Lata	6.
	1	
Złot: 20.000		140.000 Złot:

32. Ułożywszy terminy, iak się ta reguła odprawuie?

Dla lepszego poięcia i łatwieyszego rozwiązania trzy przypadki tey reguły położemy: bo albo same terminy wyższe będą miały proporcyą wspak obróconą, albo same niższe, albo też i wyższe i niższe będą proporcyi wspak obróconey.

33. Co w pierwszym i drugim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy albo same wyższe, albo same niższe terminy będą miały proporcyą wspak obróconą, roztrząsaiąc każde z osobna (sposobem wyżey podanym) to iest osobno wyższe, i znowu osobno niższe rozbieraiąc, w takowych przypadkach trzeba mnożyć terminy na krzyż, produkt zaś z prawego terminu wspak obróconego wprowadzonego w lewy porządny, kłaść potrzeba na pierwszym mieyscu za dzielnika, a produkt z lewego wspak obróconego, i prawego porządnego na mieyscu trzecim, średni termin na swoim mieyscu niech się zostanie. A tym samym zadanie w regułę prostey porządney proporcyi obróci się, któ-

którą sposobem wyżey opisanym odprawiwszy, wypadnie czwarty termin nieznaiomy szukamy. Przykłady zaraz to obiaśnią.

34. Co w trzecim przypadku czynić należy?

Jeżeli po roztrząśnieniu terminów poznaię, że i wyższe i niższe terminy są wspak obrócone, w ten czas prawe obadwa terminy wyższy i niższy mnożę, a produkt kładę na mieyscu pierwszym za dzielnika; lewe także terminy między sobą rozmnażam, a produkt kładę na mieyscu trzecim, śrzedni termin na swoim mieyscu zostaie się, a tak będzie reguła proporcyi prosta porządna.

Przykład I. Co wyżey o Fabrykach, w którym terminy wyższe wspak obrócone:

1. 6. wspak obrócone.

1.

20000. 140000

Ułożywszy terminy, roztrząsam, ieżeli wyższe terminy, nie tykaiąc dolnych, są wspak obrócone, w ten sposób: iedna Fabryka za rok 1 przynosi pewną summę pieniędzy; Fabryk 6 iak prędko tęż samę summę przyniosą? Rozum sam pokazuie, iż prędzey tęż summę przyniosą, iak za rok, więc w górnych terminach proporcya iest wspak obrócona; bo im mnieyszy iest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty mnieyszy od drugiego wyniść powinien. Potem idę do terminów dolnych, i mówię: Fabryka wspomniona 20000 złot: za rok 1 przynosi, 140000 złot: za wiele lat przyniesie? Poznaię, że więcey lat na to potrzeba; a więc ta proporcya iest porządna; bo im trzeci termin iest większy od pierwsze-

wszego: tym czwarty większy bydź powinien od drugiego.

Ponieważ tedy terminy wyższe są wspak obrócone, a niższe porządne, postępnię sobie według nauki o przypadku pierwszym i drugim daney; to iest: mnożę termin prawy wspak obrócony 6 przez lewy porządny 20.000 mam produkt na termin pierwszy; potem mnożę lewy wspak obrócony 1 przez prawy porządny 140000, a produkt kładę na mieyscu trzecim, śrzedni zaś termin 1, piszę we śrzodku, tak: 120000. 1 :: 140000; wypadnie czwarty termin szukany: 1 $\frac{1}{6}$. Jeżeli więc iedna Fabryka przynosi złot: 20000 za 1 rok, Fabryk 6. złot: 140000. przyniosą za rok 1 i $\frac{2}{12}$ czyli 2 miesiące.

Przykład II. Jeżeli na 3 konie, 36 miarek owsa wychodzi przez 6 dni; pytam na koni 9 miarek owsa 180 na wiele dni wystanie? Układam terminy:

3		9	
	6		
36		180	3.24. 6 :: 540. 10.

Po odprawioney robocie wypada, iż tylko na 10 dni dla 9 koni ów owies wystanie.

Przykład III. Jeżeli 1000 żołnierzy biorą żołdu złot: 5000 za 5 miesięcy, pytam żołnierzy 12000, summą pieniężną złot: 100.000 iak długo żywić się mogą?

1000		12000.	
	5.		
5000.		100000.	6. 5 :: 10. 8$\frac{1}{3}$.

Wypada liczba szukana 8 $\frac{1}{3}$. to iest, iż owa summa wystarczy im na miesięcy 8, i dni 10.

Przykład IV. Zboża pewnego 16 stay we

4 dni

4 dni żeńcow 10 zżąć mogą, pytam stay 30 takowegoż zboża żeńców 12 w wielu dniach zeżną? Układam terminy tak:

16 30. porządne.
4::
10. 12. wspak obrócone.

192. 4 :: 300.

Robotę odprawiwszy, wypada 6 dni i 6 godzin; to iest stay zboża 30, żeńców 12, za 6 dni i 6 godzin zżąć powinni.

Przykład V. Jeżeli 80 korcy żyta mielą się iednym kamieniem w siedmiu dniach; pytam 120 korcy na 3 kamienie w wielu dniach zmielone będą? Terminy stać będą tak:

90. 120. porządne.
7::
1. 3. wspak obrócone.

270. 7:: 120. $3\frac{3}{27}$.

Zmielą się tedy we 3 dniach, i $\frac{3}{27}$ iednego dnia; czyli we 3 dni, w 2 godz: w 2 kwadr: i w 10. minut.

Przykład VI. Na trzeci przypadek.

Piotr pożycza u Jana talerów bitych 100, na lat 6, obiecuiąc prowizyi 10 od sta; Temuż samemu Piotrowi w potrzebie zostaiącemu pożycza Paweł talerów bit: 750, 8 tylko od sta sobie wymawiaiąc, ale pod tą kondycyą, ażeby Piotr póty tylko kapitałem iego mógł handlować, póki prowizya iego niewyrówna procentu sześcioletniego Jana; pytam iak długo kapitał Pawła Piotr u siebie trzymać może? Układam liczby, czyli terminy tak:

Kap:

Kap: Jana 100. Lata. 750. Kap: Pawła.
6 : :
Prowiz : 10. 8. Prowizya.

6000. 6 : : 1000. 1.

Ułożywszy terminy, roztrząsam ie, mówiąc: 100 Taler: bit: aby pewną summę przyniosły: powinny bydź na prowizyi lat 6. taler: bit: 750, ażeby tęż samę korzyść uczyniły, na wiele lat maią bydź pożyczone? Widzę, iż za na krótszy czas pożyczone bydź maią; a zatem terminy wyższe są wspak obrócone. Potem idę do niższych terminów, i pytam: 10 od sta biorąc, powróci do swego Pana kapitał w lat 6 z pewną korzyścią, wystarczyli tenże sam czasu przeciąg, ażeby tenże kapitał z kondycyą ośmiu tylko od sta płacenia pożyczony, korzyść pierwszey równą przyniósł? Widzę znowu, iż to bydź nie może, ale ten kapitał na więcey lat ma bydź pożyczony. Więc i niższe terminy są wspak obrócone. To rozeznawszy, czynię robotę sposobem o trzecim przypadku podanym, i dochodzę, iż przez 1 tylko rok summę Pawła Piotr trzymać u siebie może, i nią robić. Prowizya bowiem Pawła 60 taler: bit: którą za rok ieden bierze, wyrównywa prowizyą sześciu lat Jana, to iest także 60 taler: bitych. Gdyż ieżeli za rok: 100 daią 8 : : 750: dadzą 60, i wzaiemnie ieżeli 1 rok od 100 daie 10, to lat 6 dadzą 60.

Ta iest cała nauka o regule wspak obróconey składaney. (i)

[i] Ta ostatnia reguła proporcyi wspak obróconey składaney, poniewaź zaczynaiącym przytrudna w ro-

55. Co ieszcze w regułach proporcyi względem frakcyy uważać trzeba, dla krótszey i łatwieyszey roboty?

To ieszcze uważać można, osobliwie w regule proporcyi prostey: I. Jeżeli frakcya pierwszemu tylko terminowi iest przyległa. Np. 12 $\frac{1}{2}$. 4 : : 20.. mnożę przez mianownika 2 tak pierwszy iako i trzeci termin, i wypadną mi trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi, 25. 4 : : 40.. II. Jeżeli frakcya będzie przyległa drugiemu tylko terminowi, np. 5. 16 $\frac{1}{3}$: : 10. mnożę przez tegoż mianownika 3, termin pierwszy i drugi, i będę miał trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi: 15. 49 : : 10.. III. Jeżeli frakcye z jednakowym mianownikiem przyległe będą pierwszemu i trzeciemu terminowi, np. 3 $\frac{2}{5}$. 20 : : 10 $\frac{3}{5}$ obadwa te terminy rozmnożywszy przez powszechnego mianownika 5, mam regułę bez frakcyy: 17. 20 : : 53. IV. Jeżeli nakoniec terminy sobie odpowiadaiące wyrażone będą samemi frakcyami z jednakowym mianownikiem, np. $\frac{2}{4}$, 10 : : $\frac{1}{4}$.. zmazawszy mianowniki, wypadną mi terminy proporcyonalne: 2. 10 : : 1. Jeżeli zaś mianowniki różne będą, sprowadzam owe frakcye do iednego mianownika, którego potym zmazawszy, będę miał trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi; np. $\frac{1}{2}$. 5 : : $\frac{1}{3}$. te frakcye do iednego mianownika sprowadziwszy, mam: $\frac{3}{6}$. 5 : : $\frac{4}{6}$. teraz zmazawszy po-

zeznawaniu i zawikłana zdawać się może, zaczem na dwie reguły proporcyi prostey można ią bedzie obrócić, dwa pytania z iednego zadania czynić, albo też i cale opuścić wolno będzie. Jakoż wielu Arytmetyków o niey ani wzmiankuią.

powszechnego mianownika, będę miał regułę proporcyi bez frakcyi: 3. 5 : : 4. .

Na to tylko mocno pomnieć potrzeba, iż ile razy ieden termin wchodzący w mnożenie skraca się, albo pomnaża przez iaką liczbę, tyle razy, aby inszy do dywizyi należący był skrócony, lub pomnożony przez tęż samę liczbę. To iest w regule porządney proporcyi, może bydź skrócony przez iaką liczbę trzeci i pierwszy, albo drugi i pierwszy. A w regule proporcyi wspak obróconey pierwszy i trzeci, albo drugi i trzeci. Przyczynę tych odmian każdy łatwo pozna, ktokolwiek naukę o liczbach łamanych, a potem o proporcyi w powszechności, dobrze poiął i zrozumiał. (k)

§ 6.

O Regule Towarzystwa.

36. CO iest reguła Towarzystwa czyli *Societatis?*

Jest ta, która podaie sposób do podzielenia liczby iakiey na kilka części proporcyonalnych, iak się z przykładów pokaże.

37. Dla czego nazywa się Towarzystwa, albo spółki?

Dla tego, iż naywięcey zażywana bywa od kupców, którzy społeczeństwo handlu i zysku między sobą prowadzą, i utrzymuią.

38. Jak się odprawuie reguła towarzystwa?

Odpra-

(k) To także ostatnie pytanie położyło się iedynie dla krótszey roboty reguły proporcyi; więc ktoby się powszechnego sposobu multyplikacyi i dywizyi liczb łamanych trzymać chciał, wolno mu będzie to pytanie opuścić.

Odprawuie się: powtarzaiąc tyle razy regułę trzech prostą, na wiele części proporcyonalnych liczbę zadaną dzielić potrzeba. Terminy zaś układaią się tak: Naprzód summy wyłożone, czyli kapitały zbieram w jednę summę, i kładę to za termin pierwszy. Za termin drugi kładę zysk powszechny albo stratę: za trzeci termin kładę summę pieniędzy każdego z osobna kupca. Za czwarty termin wypadnie, zysk proporcyonalny kapitałowi przez każdego z kupców złożonemu.

Przykład I. Trzech kupców zawarłszy z sobą towarzystwo handlowne, dali na zysk spólny, każdy z swoiey strony, następuiące summy. Pierwszy A. łożył złot: 500. Drugi B. łożył złot: 400. Trzeci C. łożył złot: 300. Handluiąc rok cały temi pieniędzmi, zarobili tylko złotych 800. Pytam ile każdemu z tego zysku proporcyonalnie do swego kapitału przypadnie?

Robota. Zbieram wszystkie kapitały tych trzech kupców w jednę summę, to iest: 500 + 400 + 300; i mam za pierwszy termin: 1200; za drugi kładę zysk ogolny; za trzeci każdego kupca z osobna kapitał, i czynię regułę trzech. Oto wizerunek:

Kap. gen:	zysk gen:	kap. partc.	zysk.
1200.	800 : :	500. A.	$333\frac{1}{3}$ czyli gr. 10.
1200.	800 : :	400. B.	$166\frac{2}{3}$ czyli gr. 20.
1200.	800 : :	300. C.	200.
		Zysk ien.	800.

Przykład II. Piotr, Jan i Paweł razem handluiąc towarami, zarobili ogółem talerów bitt

500.

500. Pierwszy zaś z nich łożył na towary talerów bitych 100. Drugi talerów bit: 200. Trzeci talerów bit: 350. Dzielą się owym zarobkiem; pytam, ile się każdemu dostanie proporcyonalnie do złożoney summy?

Znoszę summy szczególne w jednę summę. i kładę ią na mieyscu pierwszym i t. d. iak wyżey.

650.	500 : :	100.	76 $\frac{60}{65}$	Piotr
650.	500 : :	200.	153 $\frac{55}{65}$	Jan
650.	500 : :	350.	269 $\frac{15}{65}$	Paweł.
			500.	

Przykład III. Dwóch Jubilerów, z których ieden łożył na dyamenty 2000 czerw: złot: Drugi 3400 czerw: złotych, tracą na handlu swoim: 1300. Czer: złotych; pytam iaka szkoda każdego summie ma bydź proporcyonalna?

5400.	1300 : :	2000.	481 $\frac{26}{54}$	I.
5400.	1300 : :	3400.	818 $\frac{28}{54}$.	II.

Przykład IV. Trzech Kupców nakupiwszy towarów w Indyach, nazad powracali. Pierwszego towar kosztował czerw: złot: 300. Drugiego czerw: złot: 500. Trzeciego czer: złot: 180. Tym czasem wielka na morzu nawałność powstała, i owi kupcy przymuszeni byli wyrzucić w morze cięższe swoie towary, które kosztowały 400. czerw: zł: Pytam teraz, ile każdy na tym szkodować będzie, proporcyonalnie do łożonych na towary pieniędzy?

Strata.

980.	400 : :	300.	122 $\frac{44}{98}$.	I.
980.	400 : :	500.	204 $\frac{8}{98}$.	II.
980.	400 : :	180.	73 $\frac{46}{98}$.	III.
			400 Czer: zł:	

Przy-

Przykład V. Trzech Kupców chcą dzielić między siebie złotych 158, pod tą kondycyą, aby pierwszy wziął $\frac{1}{2}$ połowę. Drugi $\frac{1}{3}$ część trzecią. Trzeci $\frac{1}{6}$ część szóstą; pytam, ile się każdemu dostanie?

$\frac{6}{6}$ albo. 1. 158 :: $\frac{1}{2}$. 79. I.
$\frac{6}{6}$ albo. 1. 158 :: $\frac{1}{3}$. 52 $\frac{2}{3}$ II.
$\frac{6}{6}$ albo. 1. 158 :: $\frac{1}{6}$. 26 $\frac{1}{3}$ III.

158.

Przykład VI. Czterech Kupców wspólnie handluiąc, zyskali na pewnym iarmarku 6000 czerw: złotych. Pierwszy zaś z nich dał tylko na towar 60 czerw: złł: Drugi 100. Trzeci 120. Czwarty 200 cz: zł: Chcą wiedzieć, ile się każdemu z tego zysku dostanie, maiąc wzgląd na kapitały złożone?

480. 6000 :: 60. 750. I.
480. 6000 :: 100. 1250. II.
480. 6000 :: 120. 1500. III.
480. 6000 :: 200. 2500. IV.

6000.

Przykład VII. Trzech Braci zakupuią wspólnie maiętność czyniącą roczney intraty 70,000. złł: Pierwszy A. dał na nię 240,000. Drugi B. 300,000. Trzeci C. 360,000; chcą wiedzieć, ile roczney intraty każdemu z nich z dóbr owych przypadnie?

Wszystkie szczególne kapitały razem zebrawszy mam:

900000. 70000 :: 240000. 18666 † $\frac{6}{9}$ I.
900000. 70000 :: 300000. 23333 † $\frac{3}{9}$ II.
900000. 70000 :: 360000. 28000 III.

70000.

Przy-

Przykład VIII. Dłużnik pewny ma czterech kredytorów, z których pierwszemu winien zł: 90. Drugiemu 110. Trzeciemu 80. Czwartemu 50. Tym czasem zbankretowawszy ucieka (albo nagle umiera) kredytorowie więc iego fanty opanowali, i przedawszy ie wzięli tylko złł: 150. Pytam ile każdy kredytor z tey summy proporcyonalnie do długu swego weźmie?

330.	150::	90.	40 $\frac{30}{33}$	I.
330.	150::	110.	50 . .	II.
330.	150::	80.	36 $\frac{12}{33}$	III.
330.	150::	50.	22 $\frac{24}{33}$	IV.
			150.	

39. Co na ten czas czynić potrzeba, gdy do pieniędzy złożonych będą przydane iakie okoliczności, np. czasu pewnego?

Jeżeli razy się przytrafi, iż do kapitałów złożonych będą przydane okoliczności czasu, przez który niemi handlowano, w ten czas, tak iak w regule proporcyi składaney, potrzeba wprzód kapitały przez swóy czas rozmnożyć, a potem czynić robotę iak wyżey.

Przykład I. Trzech kupców wspólny handel prowadzą. Pierwszy z nich złożył czerw: złł: 200 od lat 3. Drugi złożył 320, lecz od lat 2. Trzeci złożył 500, lecz tylko od roku iednego: Zysk ieneralny z tego handlu trzechletniego był: 200 czerw: złotych. Pytam ile każdy z tego zysku wziąść ma?

Robota. Mnożę każdą summę szczególną przez iey lata:

200 X 3 = 600.
320 X 2 = 640.
500 X 1 = 500.

Zbieram teraz w jedno wszystkie produkta parcyalne, mam 1740, i układam regułę trzech iak wyżey:

1740.	2000 : :	600.	689 $\frac{114}{174}$.
1740.	2000 : :	640.	735 $\frac{110}{174}$.
1740.	2000 : :	500.	574 $\frac{124}{174}$.
			2,000.

Przykład II. Trzech kupców razem handluiąc, zyskali 3000. czer: złł: Pierwszy z nich złożył na towary 200 czer: złot. Drugi 450. czer: złot: Trzeci 500 czer: złot: Lecz pierwszy z nich odebrał swóy kapitał za 8 miesięcy. Drugi swóy odebrał za 6 miesięcy. Trzeci nakoniec odebrał swoie pieniądze za 10 miesięcy. Przychodzi do działu ieneralnego zysku. Pytam ile każdy z tego zysku weźmie, maiąc wzgląd na złożone pieniądze i czas, przez który niemi handlowano?

Robota. Mnożę terminy istotne przez przydatkowe tak: 200 X 8 miesięcy 450 X 6. 500 X 10. Toż produkta razem zebrawszy, układam terminy; i czynię regułę proporcyi trzy razy:

930.	3000 : :	1600.	516 $\frac{12}{93}$	I.
930.	3000 : :	2700.	870 $\frac{90}{93}$,	II.
930.	3000 : :	5000.	1612 $\frac{84}{93}$	III.
			3000.	

Przykład III. Dwóch kupców A i B zawieraią z sobą przyiaźń na wspólny handel. A łoży na towary cz: zł: 200, a po 6 miesiącach znowu daie 50. cz: zł: B zaś łoży cz: zł: 400, a po 4. miesiącach, bierze nazad 100 cz: zł: Po skoczonym roku maią zarobku cz: zł: 600. Pytam iak wiele z tego zysku każdy wziąść powinien?

W tym

W tym przykładzie pierwszego kupca A cz: zł: 200 mnożę przez 6 miesięcy, przez który czas niemi handlowano, mam 1200, do tych przydaię cz: zł. 50, które po 6 miesiącach przyłożył, wypada, 1250 cz: zł: Potem drugiego kupca B czerw: złot: 400. mnożę przez 4 miesiące, wychodzi: 1600; z tych odeięgam 100 czerw: złot: które odebrał, zostaie: 1500 czer. zł. Teraz te summy zbieram, i kładę na pierwszym mieyscu i. t. d.

2750.	600 : :	1250.	272 $\frac{200}{275}$.
2750.	600 : :	1500.	327 $\frac{75}{275}$.
			600.

40. Kiedy kapitały kupców będą równe, a czas nierówny, iak krócey tę regułę spółki odprawić można;

W takowym przypadku dosyć będzie cząstki czasu razem zebrane położyć na pierwszym mieyscu, na trzecim zaś każdą cząstkę z osobna; reszta iak wyżey.

Przykład I. Dwoch kupców łożyli na towary zł: 40000, każdy po 20000. Ale iednego summa była na handlu 12 miesięcy. Drugiego tylko 10 miesięcy. Zyskali na towarach zł: 1000. Pytam wiele z tego zysku każdy weźmie?

Robota. Zbieram w jednę summę miesięcy 12 i miesięcy 10; będzie 22 miesięcy. Kładę to na mieyscu pierwszym, zysk ieneralny na drugim, a na trzecim miesiące, przez które każdego pieniądze na handlu były, i czynię dwa razy regułę proporcyi tak:

	zysk ien:	Mies:		
22.	1000 : :	12.	545 $\frac{10}{22}$.	I.
22.	1000 : :	10.	454 $\frac{12}{22}$.	II.
			1000.	

Przykład II. Trzech sług służyli Panu iednemu pewny czasu przeciąg. Pierwszy służył lat 8, drugi lat 6, trzeci lat 10 Pan umieraiący, ponieważ im zasług niewypłacał, zapisuie im 6000 złot. ażeby te w proporcyi do czasu ich zasług, podzielone między nich były. Pytam wiele każdemu exekutor testamentu dadź powinien?

Podobnie w tym przykładzie zbieram lata, których tu iest: 24, i kładę na mieyscu pierwszym, na drugim pieniądze legowane, na trzecim każdego sługi lata i t. d.

24.	6000 : :	8.	2000.	I.
24.	6000 : :	6.	1500.	II.
24.	6000 : :	10.	2500.	III.
			6000.	

41. Jakie tey reguły doświadczenie?

Doświadczenie dobrze odprawioney reguły towarzystwa iest to: gdy zebrawszy wszystkie szczególne zyski albo straty, postrzegam, iż wyrównywaią ieneralnemu zyskowi albo stracie, iak przy każdym przykładzie widzieć się daie.

§. 7.

O regule wiązania.

42. CO iest reguła wiązania albo *alligationis*?

Jest ta, która mi podaie sposób do wynalezienia sprawiedliwey ceny iakiey mięszaniny, albo też do wynalezienia części lub miar, rzeczy zmieszanych, gdy śrzednia taxa dana będzie.

43. Dla czego się nazywa wiązania?

Bo

Bo w niey rzeczy różney między sobą ceny wiążemy, czyli mieszamy, np. różne trunki, towary, kruszce, miary, wagi, albo też taxę śrzednią założywszy, wiążemy, i szukamy części z danych trunków, albo towarów, aby za owę śrzednią taxę sprawiedliwie sprzedać ie można. A zatym dwa tey reguły trafunki bydź mogą.

44. Jak się ta reguła odprawuie w pierwszym trafunku?

Kiedy ceny sprawiedliwcy iakiey mieszaniny szukam, mnożę miary czyli części przez dane ceny, i układam regułę proporcyi: Na pierwszym mieyscu kładę miary, czyli części razem zebrane. Na drugim summę ieneralną wyrażaiącą cenę wszystkiey owey mięszaniny. Na trzecim iednę miarę, funt, czyli cząstkę, która w pytaniu zadana była. Potem przez termin pierwszy dzielę drugi, bo trzeci iedno znaczący nie mnoży, i wypadnie liczba szukana.

Przykład 1. Ma kupiec dwoiakiego rodzaiu tabakę: Maroko funtów 30, a Hollenderki funtów 10. Pierwszą przedaie po złot: 5. Drugą po złot: 3. Mięsza owe tabaki; pytam poczemu funt owey tabaki mięszaney przedawać powinien?

Robota: Mnożę naprzód funtów 30. przez złot: 5; potem funtów 10 przez złot: 3. Dwa te produkta wypadaiące razem zebrawszy, kładę na mieyscu drugim, a na pierwszym summę funtów: 30 + 10, to iest: 40. Na trzecim zaś funt ieden, którego ceny szukam. Tym sposobem:

Funty. Złote.

30 X 5 = 150.
10 X 3 = 30.

40 . 180 : : 1. $4\frac{1}{2}$.

Więc funt tabaki owey zmięszaney przedawać ma po pół pięta złotego.

Przykład II. Ma kto dwoiakie żyto; przednieyszego korcy 15, pośledznieyszego korcy 20. Pierwszego korzec przedaie po złot: 14. Drugiego po złot: 12. Zmieszawszy owo żyto razem, pytam po czemu korzec przedawać powinien?

Toż samo co wyżey uczyniwszy wypadnie liczba szukana $12 + \frac{6}{7}$.

15 X 14 = 210.
20 X 12 = 240.

35 . 450 : : 1. $12 + \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$.

Przykład III. Ma Mincarz troiakiey proby srebro; iednego grzywna po złot: 74, drugiego po złotych 65, trzeciego po złot: 58. Pierwszego ma grzywien 200. Drugiego 180 Trzeciego 90. Troiakie to srebro stopiwszy w jednę massę; pytam po czemu iedna grzywna w ten czas przypadnie?

Mnożenie i dzielenie uczyniwszy, mam liczbę szukaną: $67\frac{23}{47}$.

200 X 74 = 14800.
180 X 65 = 11700.
90 X 58 = 5220.

470. 31720 : : 1. $67\frac{23}{47}$.

Przykład IV. Kupiec ma dwoiaki wosk, przednieyszy i pośledznieyszy, pierwszego ma funtów 100; funt po złot: 2. gr: 15. Drugiego

go ma funtów 60; funt po zł: 2. Robi z tego świece: knoty i robota kosztuie go złot: 15. Chce na każdym funcie zarobku po gr: 4. Pytam po czemu funt każdy ma przedawać?

Funty.	Złot:	Gr:		Gr:		Grosze.
100 X	2 †	15	czyli X	75	=	7500.
60 X	2		czyli X	60	=	3600.
Złot:	15 =		groszom:			450.
160.			11550::	1.		72 grosze.

Frakcyą porzucam, a przydaię 4 gr: które na każdym funcie chce zyskać; wypada: 76 gr: Tyle więc za funt każdy ma brać. Prócz tego ma i na tem zarobek, iż świece z knotami więcey ważą, i więcey funtów składaią, iak sam wosk osobno wzięty.

45. Jak się ta reguła doświadcza w pierwszym razie?

Tak iak reguła proporcyi prosta porządna, to iest: produkt liczb śrzednich powinien bydź równy produktowi liczb skraynych. O czym wyżey dostatecznie mówiliśmy.

46. Jak się ta reguła odprawuie w drugim trafunku?

Kiedy pewną taxę założywszy, rzeczy różnych gatunków mięszać potrzeba, aby mięszaninę z nich zrobioną, za taxę owę sprawiedliwie sprzedać można; w ten czas ceny trunków, lub towarów (albo iakichkolwiek innych rzeczy) kładę iednę pod drugą; a na lewey ręce piszę liczbę danych pieniędzy czyli taxę. Potem porównywam cenę większą towaru lub trunku z daną taxą, a przewyżki zachodzące piszę na prawey stronie cen danych. To uczyniwszy zbieraią się do kupy

prze-

przewyżki, i kładą się na pierwszem mieyscu. Na drugim cząstka czyli liczba szukana, to iest ieden garniec, albo funt i t. d. Na trzecim iedna z przewyższek, i powtarza się tylo razy reguła proporcyi, ile iest cen danych czyli przewyższek. Każdy czwarty termin ukaże mi liczbę szukaną. Oto przykłady:

Przykład I. Korzennik szafranu podleyszego funt przedaie po złot: 50, przednieyszego funt po złot: 62. Taxa szafranu stanęła po złot: 55, Pytam iak ma mięszać obadwa rodzaie szafranu, aby mógł bez swoiey szkody przedawać funt po złot: 55?

Według przepisaney nauki kładę iednę cenę pod drugą, a taxę 55 kładę na lewey stronie tak:

	Ceny
	50.
Taxa 55	
	62.

To uczyniwszy wiążę, czyli porównywam przez odeymowowanie cenę mnieyszą z taxą 55, mówiąc: 50 od 55, zostaie się 5; tę przewyżkę piszę na wspak przy 62 po prawey stronie. Potem porównywam drugą cenę, mówiąc: 55 od 62, zostaie się 7; tę przewyżkę kładę po prawey stronie przy 50. Toż dopiero zbieram te przewyżki w iednę summę, i układam regułę proporcyi według podaney nauki. Oto wizerunek:

	Ceny	Przewyżki.
	50	7
Taxa 55		
	62	5.
Summa przewyższek:	12.	1 : : 7 $\frac{7}{12}$.
	12.	1 : : 5 $\frac{5}{12}$.

Z po-

Z podleyszego tedy szafranu ma brać na funt $\frac{7}{12}$, a z przednieyszego po $\frac{5}{12}$, to zebrawszy będzie miał $\frac{12}{12}$, czyli funt cały, czego szukałem.

Przykład II. U winiarza znayduią się dwa gatunki wina: iednego garniec po złot: 20, drugiego po złot: 15. Jeżeli kto niedaie mu tylko złot: 17, a chce żeby mu podług danych pieniędzy z oboyga win ieden garniec dano; pytam ile Winiarz z pierwszego, ile z drugiego wina zmięszać powinien, ażeby kupuiącemu dał garniec wina w sprawiedliwey do danych pieniędzy proporcyi?

	Ceny win	
	20	2
Taxa 17		
	15	3.
Summa przewyższek:	5. 1 :: $2\frac{2}{5}$.	
	5. 1 :: $3\frac{3}{5}$.	

Z pierwszego tedy wina wziąwszy dwie części z pięciu, a z drugiego trzy części z pięciu iednego garca, będzie $\frac{5}{5}$ czyli garniec ieden wina takiego, którego cena sprawiedliwa złotych 17.

47 Co ieszcze o tey regule wiedzieć potrzeba?

Kiedy się trafi, iż nie dwóch, ale więcey rzeczy, ceny dane będą, w ten czas trzeba brać zawsze po dwie ceny ustanowione (z których iedna koniecznie mnieysza, druga większa nad dane pieniądze, czyli taxę bydź powinna) i wiązać ie sposobem wyżey podanym z danemi pieniądzmi, tak aby każda cena raz przynaymniey wiązana była. Chociaż

zaś

zaś iednę cenę kilka razy weźmiesz na wiązanie iey z drugiemi, to bynaymniey nie szkodzi, zwłaszcza w ten czas, kiedy tylko ta iedna cena nad dane pieniądze iest większa. Np.

Przykład III. Mincarz ma srebro troiakiey proby: piętnastey, trzynastey, i dziewiątey, i chcąc go topić na dwunastą ligę, potrzebuie wiedzieć, wiele ma wziąść którego srebra na grzywnę iednę? Ułożywszy terminy czynię porównywania następuiącym sposobem:

	15	3.
	13	3.
12	9	1 † 3.

Summa przewyżki: 10. 1 : : 3. $\frac{3}{10}$.
10. 1 : : 3. $\frac{3}{10}$.
10. 1 : : 4. $\frac{4}{10}$.

Więc srebra z pietnastey proby weźmie trzy cząstki z dziesięciu : z proby trzynastey także trzy cząstki z dziesięciu; z proby dziewiątey cztery cząstki z dziesięciu, co wszystko uczyni iednę grzywnę dwunastey proby.

Przykład IV. Funt szafranu przedaie się po złot: 30. Cynamonu po złł: 24. Goździków po złot: 8. Herbaty po złot: 14. Daie kto zł: 25, ażeby mu za nie nic więcey tylko ieden funt tych wszystkich korzeni przedano; pytam ile z każdego gatunku na ten ieden funt dadź powinien kupiec?

	Ceny	Przewyżki.
Dane pienią-	30.	1†17†11.
dze: 25..		
	24.	5
	8.	5
	14.	5.

Sum-

Summa przewyższek: 44.

44. 1 :: 29. $\frac{29}{44}$.
44. 1 :: 5. $\frac{5}{44}$.
44. 1 :: 5. $\frac{5}{44}$.
44. 1 :: 5. $\frac{5}{44}$.

W tym przykładzie, że tylko iedna cena, to iest złot: 30, większa iest nad daną cenę złot: 25 insze zaś trzy są od niey mnieysze, przeto cenę 30 biorę z każdą z osobna z trzech następuiących, i wiążę z danemi 25 złotemi; dla tego summa przewyższek przy pierwszey cenie 30 iest naywiększa, to iest: 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30 ze wszystkiemi następuiącemi wiązałem. Potem czyni się reguła trzech i t. d.

Frakcye pokazuią wiele części z każdego korzenia brać potrzeba; te razem zebrane czynią funt ieden, iak potrzebowano.

Przykład V. Pewny chcąc Kościołowi dzwon ofiarować, każe nań rzemieślnikowi z czworakiego kruszcu przysposobić sobie materyał. Pierwszego kruszcu cetnar, daymy, kosztuie tal. 12. Drugiego tal. 14. Trzeciego tal. 20. Czwartego 30 tal. Chce zaś ażeby ów dzwon ulany ważył funtów 3,500. Daie na sam materyał tal. 560. Pytam teraz, ile rzemieślnik z każdego kruszcu cetnarów brać powinien, aby woli fundatora zupełnie dosyć uczynił?

W tym przykładzie naprzód: 3,500 funtów sprowadzam na cetnary, dzieląc przez 100. Wypadnie cetnarów 35. Potem szukam ceny cetnaru iednego z pomięszanych owych kruszców, przez proporcyą w ten sposób: 35 cetnarów kosztować będą tal. 560, wieleż ieden cetnar? wypadnie taler. 16.

Teraz porównywam albo pierwszą cenę daną z ostatnią, albo pierwszą z trzecią, a drugą z czwartą i t. d. Toż dopiero układam regułę proporcyi. Na pierwszym mieyscu kładę summę przewyższek. Na drugim cetnary 35. z funtów uczynione. Na trzecim po iedney przewyżce. Oto wizerunek:

	12	14.
16..	14	4.
	20	2.
	30.	4.

$24.\ 35 :: 14.\ 20\frac{10}{24}.$
$24.\ 35 :: 4.\ 5\frac{20}{24}.$
$24.\ 35 :: 2.\ 2\frac{22}{24}.$
$24.\ 35 :: 4.\ 5\frac{20}{44}.$

Z pierwszego tedy kruszcu powinien brać cetnarów $20 + \frac{10}{24}$. Z drugiego cetn: $5 + \frac{20}{24}$. Z trzeciego $2 + \frac{22}{24}$. Z czwartego $5 + \frac{20}{24}$. Co wszystko uczyni cetnarów 35.

Przykład VI. Hiero Król Syrakuski dla bożków swoich kazał złotnikowi zrobić koronę złotą 100 funtów ważącą. Zrobioney gdy się dobrze przypatrzył, postrzegł, iż nie była z szczerego złota, ale z srebrem zmięszana. Y żeby mógł był dociec, iak wiele srebra było przymięszanego, przyzwał na pomoc Archimedesa, który zaraz złotnika zdrady doszedł tym sposobem: wziął bryłę złota teyże samey co i korona wagi, i bryłę srebra ważącą także 100 funtów. Potem obiedwie te bryły, iako i koronę zrobioną, każdą z osobna wpuścił w naczynie wody pełne, a wytłoczoną wodę od bryły złota, od srebra i korony zmierzył, i z tych miar, wziąwszy ich proporcyą,

do-

doszedł wiele funtów srebra do owey korony złotnik przymięszał.

Daymy iuż, że bryła złota wyrzuciła wody 20. kwaterek. Korona 24 kwaterek. Bryła srebra 36 kwaterek. Pytam, iak wiele srebra było do korony przymięszanego? Układam liczby tym sposobem:

	20	12.
24.		
	36	4.

16. 100 :: 12 75.
16. 100 :: 4. 25.

100.

Złota więc w owey koronie było funtów 75, a srebra przymięszanego 25 funtów, które razem zebrane, czynią 100 funtów, ile korona ważyła.

Niepotrzeba zaś było koniecznie brać bryłę złota i srebra, tyle ważącą co i korona, lecz w takowey okoliczności, dosyć iest wziąść mnieyszą bryłę pomienionych kruszców, a wziąwszy proporcyą, doyść można szukaney liczby, np. ieden funt złota wyrzuca tyle wody . . funtów 100 wiele wody wyrzucić powinny . . i t. d. A stąd podaie się łatwy sposób na doyście wiele do iakiego kruszcu z inszego od złotnika bydź może przymięszanego.

48. Jaka iest proba tey reguły w drugim trafunku?

Potrzeba zebrać wszystkie cząstki rzeczy zmięszanych: ieżeli równe są całey mięszaninie, czyli rzeczy w pytaniu wyrażoney, robota dobrze uczyniona, iak przy każdym przykładzie widzieć się daie. Lecz że ta proba myl-

mylna czasem bydź może dla omyłki w przewyżkach popełnioney, mimo którey proba dobrze wypadać zwykła, przeto lepiey będzie doświadczyć, ieżeli ceny wszystkich cząstek, z których się cała mięszanina składa, wyrównywaią cenę czyli taxę całey mięszaniny. Np. w II. przykładzie: ieden garniec kosztuie 20 złot: wiele $\frac{2}{5}$? wypadnie złot: 8. Y znowu: ieden garniec kosztuie złotych 15, wiele $\frac{3}{5}$? wypadnie 9. Teraz 8 a 9, uczyni 17, iak założono. (1)

§. 8.

O regule domniemania albo założenia.

49. CO iest reguła fałszywego założenia, *Regula Positionis vel Fals*?

Jest ta, która przez założenie liczby fałszywey, uczy dochodzić liczby rzetelney, któraby zadanemu pytaniu zadosyć uczyniła. Y dla tego zowie się fałszywego założenia, iż z fałszywey liczby prawdziwey dochodzi.

50. Wieloraka iest ta reguła?

Jest dwoiaka: Prostego czyli iednego, i dwoistego założenia: *Simplicis & duplicis positionis.*

51. Co iest reguła iednego założenia?

Jest ta, która założeniem iedney liczby na upodobanie, rozwięzuie trudność zadaną. Y o tey teraz mowa, o drugiey niżey.

52. Jak się odprawuie reguła prostego czyli iednego założenia? Od-

[1] Nierozszerzam się nad tą regułą, gdyż w pożyciu ludzkim mało i rzadko bywa używana, zwłaszcza w drugim trafunku.

Odprawuie się następuiącym sposobem: I. Zakładam sobie liczbę, którą zdatną bydź sądzę na rozwiązanie zadanego pytania, i to się zowie założenie (*positio*) II. Miarkuię i roztrząsam, ieżeli liczba założona czyni dosyć zadanemu pytaniu. III. Gdy widzę, iż nię czyni żadosyć, układam regułę proporcyi, za którey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. W tey zaś proporcyi pierwsze mieysce mieć będzie liczba, która z fałszywego założenia wypadła, drugie mieysce fałszywe założenie, trzecie nakoniec mieysce zasiędzie liczba zadana, czwarty termin wypadły, rzetelną liczbę ukaże. Przykłady następuiące rzecz tę lepiey obiaśnią.

Przykład I. Kupiec pewny z jarmarku przyszedłszy, spytany: iak wiele czerwonych złotych przyniósł, odpowiedział: iż pięć razy więcey w domu zostawił, niżeli ma przy sobie, a wszystkich pieniędzy ma 42 czerw: zł: Pytam iak wiele przyniósł?

Rozwiązanie. Daymy, że miał przy sobie przyszedłszy z jarmarku 1 cz: zł: więc w domu zostawił 5. czer: zł: Lecz że 1 i 5 cz: zł: razem zebrane nie czynią 42 cz: zł: iak zadanie wyciąga; więc na doyście rzetelney liczby układam regułę proporcyi: kładąc za pierwszy termin liczbę z fałszywego założenia wypadaiącą, to iest 6. Za drugi kładę dowolne założenie, to iest 1. A za trzeci termin kładę liczbę zadaną, to iest 42 cz: zł. Czwarty termin liczbę szukaną wskaże.

6. 1 :: 42. 7.

Jak się ma 6 do 1, tak się mieć powinno 42 do 7.

Miał

Miał tedy przy sobie 7 cz: zł. Albowiem pięć razy tyle, to iest pięć razy siedm, czyni: 35. do tych dodawszy 7, wypada: 42. Więc przez wynalezioną liczbę zadanemu pytaniu dosyć się stało.

Przykład II. Pewny umieraiąc legował na trzech synowców swoich 800 złotych z tą kondycyą: ażeby pierwszy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam wiele każdy z nich weźmie?

Rozwiązanie. Daymy że trzeci bierze złot: 10; więc drugi 30, a pierwszy 60. Zbieram te summy, i uważam, ieżeli zadaniu owemu stało się dosyć. Widzę, iż nie; gdyż tylko wynoszą 100, a powinny były wynosić 8000. Układam tedy regułę proporcyi sposobem wyżey podanym.

100. 10 :: 8000. 800.

Jeśli tedy ostatni bierze 800, więc drugi 2400, a pierwszy 4800. Te summy razem zebrane wynoszą 8000, które legowano; więc już zadanie rozwiązane.

Przykład III. Jan umieraiąc zostawił 5000. czer: złot: testamentem żonie, córce i synowi; ale pod tym warunkiem: ażeby żona cztery razy więcey wzięła niż córka, syn zaś pięć razy więcey niżeli żona. Pytam wiele żona, wiele córka, wiele syn weźmie?

Daymy że córka bierze cz: zł: 1, więc żona 4, syn zaś pięć razy więcey niż żona, to iest: 20. Te summy w jedno zebrane, wynoszą cz: zł: 25. Jan zaś zostawił 5000 cz: zł: Więc na doyście prawdziwey liczby układam regułę trzech:

25. 1 :: 5000. 200.

Wie-

III. Przykłady na regułę proporcyi wspak obróconą.

I. Pewny plac 18 robotników za 3 dni skopali, pytam robotników 6 za wiele dni tenże plac skopać powinni? Liczba wynal: 9 dni.

II. Budynek pewny za 40 dni rzemieślników 6 skończyli; pytam: Rzemieślników 15 tenże budynek za wiele dni skończyliby? Liczba wynaleziona za 16 dni.

III. Pewne pole szerokie prętów 15 $\frac{1}{2}$, długie prętów 24, iest równe drugiemu polu długiemu 30 prętów; pytam iaka drugiego pola szerokość? Liczba wynaleziona 12 $\frac{2}{5}$.

IV. Pisarczyków 5, przeż 2 miesiące przepisali pewne dzieło; pytam pisarczyków 3 wiele czasu na przepisanie tegoż dzieła potrzebuią? Liczba wynal: miesięcy 3, dni 10.

V. Sukna 9 łokci, którego szerokość iest na 3 piędzi, wystarcza na zrobienie sukni; pytam iak wiele łokci inszego sukna potrzeba na podobną suknią, którego szerokość iest na 2 piędzi? 3. 9 : : 2. 13 $\frac{1}{2}$ łokci.

VI. Oblężone woysko 8,500 ma prowiantów na 10 tygodni. Tym czasem na pewną nadzieię posiłku, lub odstąpienia nieprzyiaciela, lecz aż za 25 tygodni; chce więc Hetman wiedzieć, ile ma zatrzymać żołnierzy, aby mu prowianty wystarczyły na 25 tygodni? 10. 8500 : : 25. 3,400 żołnierzy.

IV. Przykłady na regułę proporcyi składaną wspak obróconą.

I. Pisarczyków 3, w pięć dni napiszą wygodnie 60 kart, pytam kart 300, pisarczykow 4 za wiele dni napiszą? Liczba wynaleziona za dni 18 i godzin 18. W tym przykładzie ia-

ko i w drugim, i w trzecim, wyższe tylko terminy są wspak obrócone.

II. Piotr na 10 cz: zł: przez 3 lata zyskał zł: 60; pytam na cz: zł: 5, złotych 100, w iakim czasie zyskać może? Liczba wynaleziona za lat 10.

III. Piiaków 5 przez dni 6, wypiiaią beczkę wina, 60 garcy w sobie zamykaiącą; pytam piiaków 8, równą beczkę iak długo pić mogą? liczba wynal: przez dni 3 i godzin 18.

IV. Kupiec sprowadził pewnego towaru funtów 100, o mil 15, za talerów 36; pytam wiele funtów sprowadzi za talerów 180. o mil 25? Liczba wynaleziona 300. W tym i w następuiącym przykładzie niższe tylko terminy wspak obrócone.

V. Wody cebrów 60, na 3 kwadranse wypływa z pewnego naczynia dwiema upustami; pytam 100 cebrów wody, za ieden kwadrans, wiele upustami płynąć powinny? Liczba wynaleziona 10.

V. Przykłady na regułę towarzystwa.

I. Dwóch przedsiębierze wspólny prowadzić handel. A składa czer: zł: 9; B 12. Zyskuią na swoim towarze cz: zł: 16. Pytam ile każdy zyskał? Liczba wynaleziona I. 6 † $\frac{18}{21}$. II. 9 † $\frac{3}{21}$ czerw: złot.

II. Trzech handluie wraz, C. składa cz: zł: 20. D. 16. E 30. Tracą na handlu wraz wszyscy cz: zł: 40; pytam ile każdy szkoduie? I. 12 $\frac{8}{66}$ II. 9 $\frac{46}{66}$ III. 18 $\frac{12}{66}$.

III. Pan pewny niektórych dóbr swoich, zastawił na rok część dziesiątą: inszych część dwudziestą; inszych część czterdziestą za zł: 12000. Pytam ile mu każda cząstka pieniędzy

czy-

czyniła? Liczba wynaleziona I. $6857 \frac{4}{25}$. II. $3428 \frac{16}{28}$ III. $1714 \frac{8}{28}$.

IV. Trzech wspólny prowadzą handel: F składa czer: zł: 50, ale od lat 4. G cz: zł: 90, ale od lat 2. H cz: zł: 120 od lat 3. Zyskuią razem cz: zł: 340; pytam iak wiele każdy z osobna korzystał? F. $91 \frac{65}{74}$. G. $82 \frac{52}{74}$. H. $165 \frac{30}{74}$.

V. Trzech kupców zyskali na swych towarach cz: zł: 40. Pierwszy zaś z nich złożył cz: zł: 60 i zł: 9. od 4 miesięcy. Drugi 50. cz: zł: i zł: 6. od 3 miesięcy. Trzeci złożył 36. cz: zł: i zł: 3. od 2 miesięcy; Pytam ile każdemu z tego zysku proporcyonalnie do złożoney summy i czasu przypadnie? Liczba wynalez: I. $353 \frac{2619}{3957}$. II. $220 \frac{2580}{3957}$. III. $105 \frac{2715}{3957}$.

VI. Kupców trzech wspólny prowadząc handel, równą wszyscy składaią summę, to iest każdy po 50 cz: zł: : ale z tą różnicą, iż A od lat 3. B od lat 2. C od $\frac{1}{2}$ roku. Zyskuią wszyscy razem cz: zł: 624. Pytam ile z tego zysku każdy zysknie? A $340 \frac{100}{275}$. B $226 \frac{240}{275}$. C $56 \frac{200}{275}$.

VI. Przykłady na regułę wiązania.

I. Ma kupiec dwoiakiego gatunku bawełnę, iednego funt po zł: 3. drugiego gatunku po zł: $2 \frac{1}{2}$. Pierwszego gatunku bawełny iest funtów 60, drugiego 40. Miesza ten dwoiaki gatunek razem, i chce wiedzieć po czemu na ów czas ieden funt bawełny przypadnie? Liczba wynal: po 2 zł: i gr: 24.

II. Ma kto troiakiego gatunku pieprz, pierwszego ma funtów 20, a ieden po złotych 6. Drugiego funtów 16, a ieden po zł: 4. Trzeciego ma funtów 7, a ieden po zł: 5. Ten

pieprz przypadkiem zmięszał się mu; chce tedy wiedzieć, poczemu ieden funt zmięszanego pieprzu kosztować powinien? Liczba wynalcziona po złot; 5. i gr: około 3.

III. Przynosi kto do złotnika bryłę srebra proby dziesiątey, na robienie łyżek, nożów, i t. d. i chce aby to srebro podnieść do próby trzynastey. Pytam ile złotnik z fanzylbru ma brać, ażeby owo srebro stało się próby trzynastey?

Te proby srebra kładę na regułę wiązania, toż przewyżki 3 a 3, zbieram w jedno, mam 6; potem układam regułę proporcyi: 6. 1 :: 3. Czwarty termin $\frac{3}{6}$, toż samo wypadnie z drugiego srebra proby dziesiątey. Więc tak z srebra faynzylbru ma brać po $\frac{3}{6}$, iako i z srebra dziesiątey proby. Teraz te frakcye albo na insze sprowadzam, któreby miały mianownika 16, to iest 16 łotów, aby łatwiey wydział tych sreber uczynić można; albo też iak w tym przykładzie, na mnieysze terminy te frakcye sprowadzam; wypadnie $\frac{1}{2}$, to iest z oboyga srebra po 8 łotów ma brać, gdyż w grzywnie iest łotów 16. Taka grzywna będzie proby trzynastey, po złot: 58 $\frac{1}{2}$.

Gdyby się iaka frakcya została, to łóty na grana sprowadzaćby potrzeba.

Grzywna faynzylbru kosztuie złot: 72, i takie srebro, iest naywyższey 16stey proby.

IV. Arendarz ma troiaką gorzałkę; pierwszey garniec kosztuie 3 złote, drugiey 2 złote, trzeciey 1 $\frac{1}{2}$. Pytam ile z każdego gatunku wziąść potzeba, ażeby ieden garniec kosztował 2 $\frac{1}{2}$ złot: ? Liczba wynal: z pierwszey $\frac{6}{10}$, z drugiey $\frac{2}{10}$ garcá, z trzeciey $\frac{2}{10}$ garca.

V.

V. Pewny kazał robić posąg srebrny 300 funtów ważący. Pokazuie mu złotnik dwoiakie srebro, pierwszego funt ieden kosztuie 50, drugiego 40, które Pan tak każe zmięszać, aby funt ieden kosztował 48. Pytam, ile z obojga gatunku wziąść ma, ażeby miał 300 funtów, z których każdy kosztowałby 48? Liczba wynaleziona z pierwszego funtów 240. Z drugiego 60, biorąc na każdy funt z pierwsz: $\frac{8}{10}$, z drug: $\frac{2}{10}$. Taki funt kosztować będzie 48. Oto wizerunek roboty:

	50.	8.
48.		
	40.	2.

10. 300 : : 8. 240. 1wszego srebra.
10. 300 : : 2. 60. drugiego.

III. Przykłady na regułę iednego założenia.

I. Piotra, Pawła i Jana lata zebrane czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcey nad Piotra, a Jan dwakroć więcey lat nad Pawła, pytam ile lat każdy z nich miał? Liczba wynal: Piotr 10. Paweł 30. Jan 60.

II. W pewnym młynie są trzy kamienie, z których pierwszy miele za godzinę garcy 6, drugi garcy 4, trzeci 3. Pytam ile godzin potrzeba, aby te wszystkie kamienie zmełły garcy 52? Liczba wynal: godzin 4.

III. Jozefa, Jakoba i Marka roczne zebrane intraty, wynoszą złot: 72000. Lecz Jakoba dwa razy większa iest intrata nad Jozefa, a Marka trzy razy iest większa nad Jakoba. Pytam ile każdy z nich ma intraty? Liczba wynaleziona Jozef 8000. Jakób 1600. Marek 48000.

IV.

IV. Tytus umieraiąc zostawił summę czer: złot: 9845 trzem osobom: synowi, córce i Kaiowi przyiacielowi, z tą różnicą: aby syn wziął połowę, córka część trzecią, Kaius część czwartą owey summy; pytam wiele ma wziąść syn, wiele córka i Kaius? Liczba wynaleziona syn wziąść powinien $4543 + \frac{11}{13}$. córka $3029 + \frac{3}{13}$. Kaius $2271 + \frac{12}{13}$.

V. Pawny bezdzietny umieraiąc legował na 4 synowców swoich złot: 34000, z tą kondycyą, ażeby pierwszy wziął cztery razy tyle, co drugi; a drugi dwa razy tyle, co trzeci: trzeci zaś trzy razy tyle, co czwarty, pytam ile każdy z nich weźmie? Liczba wynaleziona I. 24000. ¦ II. 6000. III. 3000. IV. 1000.

VI. Pewny idąc z Piotrkowa do Warszawy wydał w drodze z swoich pieniędzy: $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{5}$, do domu powróciwszy postrzega, że mu tylko zostaie 36 złotych. Pytam iak wiele pieniędzy z sobą wziął był, i wiele w drodze wydał? Liczba wynal: wziął był 270, z tych wydał 234, zostaie się 36.

VII. Wieży pewney wierzch widać na 24 stopy wysokości, twierdzi zaś pewny, iż $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{5}$ części teyże wieży iest zasłonionych dla przyległych domostw; pytam iak owa wieża wysoka? Liczba wynal: wysoka stop 90.

Załóż:

8. 30 :: 24. 90.

VIII. Pewny spytany wieleby lat miał, odpowiedział: gdyby do moich lat przydano ich połowę, a z summy odciągniono część czwartą teyże summy, na ten czas zostaie się lat 90. Pytam wiele w rzeczy samey lat miał? Liczba wynaleziona miał lat 80.

Za-

Założ:

18. 16 :: 90. 80.

IX. Dłużnik pewny wypłacił długu swoiego: $\frac{1}{2}$ † $\frac{1}{3}$ † $\frac{1}{8}$, i powiada, że ieszcze winien złotych 72. Pytam, iak wielki dług iego był? Liczba wynaleziona 1728.

Założ:

1. 24 :: 72. 1728.

X. Wynaleść taką liczbę, którey: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, i $\frac{1}{6}$ cząstki uczyniłyby 522.? Liczba wynaleziona 360.

Założ:

87. 60 :: 522. 360.

XI. Jest w ogrodzie lew kamienny, którego oczami ieśli wodę pompuię, napełni się przyległa wanna w 10 godzin, ieśli uszami, napełni się w 5 godzin, ieśli pyskiem napełni się w 20 godzin. Pytam w wielu godzinach napełni się, ieśli razem oczami, uszami i pyskiem wodę puszczę? Liczba wynaleziona 2 godzin † $\frac{6}{7}$.

Daymy bowiem, że na to potrzeba 1 godziny, więc w 1 godz: oczy napełnią $\frac{1}{10}$. Uszy $\frac{1}{5}$. Pysk $\frac{1}{20}$, to iest napełnią razem $\frac{7}{20}$. Lecz powinny napełnić całą wannę, to iest: $\frac{20}{20}$. Więc kładę:

$\frac{7}{20}$. 1 :: $\frac{20}{20}$. 2 † $\frac{6}{7}$.

XII. Dwoch podrożnych odprawuie podróż, pierwszy uchodzi na dzień mil 5 † $\frac{1}{2}$. Drugi mil 6 † $\frac{1}{4}$. Pytam, ieżeli pierwszy uszedł iuż mil 15, którego dnia ten drugi dogoni go? Liczba wynal: za dni 20.

Daymy, że go tylko uprzedził $\frac{3}{4}$ mili, więc go dogodni za ieden dzień. Przeto proporcya tak stać będzie: $\frac{3}{4}$. 1 :: 15. 20.

VIII.

VIII. Przykłady na regułę dwoistego założenia.

I Trzech rzemieślników zarobili złot: 400. Zarobek drugiego przewyższa zarobek pierwszego złot: 12. Zarobek zaś trzeciego przechodzi zarobek drugiego złot: 16. Pytam ile każdy zarobił? Liczba wynaleziona: pierwszy 120, drugi 132, trzeci 148.

II Trzech A. B. C. maią pewną summę pieniędzy: A i B maią razem złot: 50. B i C maią 70. C. i A maią 60. Pytam ile z nich każdy ma? Licz: wynal: A 20. B 30. C 40.

III. Czterech kawalerów zyskali przy grze czerw: złot: 89; lecz z tą różnicą, że drugi ośmią więcey cz: zł: wygrał nad pierwszego; trzeci wygrał tyle, ile drugi, a czwarty tyle, ile trzeci, i nad to ieszcze 9 cz: zł: Pytam ile każdy zyskał? Licz: wynal: pierwszy 14, drugi 22, trzeci 22, czwarty 31.

IV. Syn pytał się oyca o lata swoie, i taką odebrał odpowiedź: ieżeli do tych lat, które teraz masz: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$, a nad to 9 przydasz, będziesz miał lat 100. Pytam ile w rzeczy samey ów syn miał lat? Licz: wynal; 20.

V. Piotr rozmawiaiąc z Pawłem, rzecze: rozumiem, że liczysz lat 30; tak odpowiedział Paweł, ieżeli z lat twoich przydasz rok ieden, i ieszcze $\frac{1}{8}$, i $\frac{1}{12}$ z tych lat które mam, w ten czas mieć będę lat 30. Pytam wiele Paweł miał lat? Liczba wynal: 24.

VI. Alexander pewnego razu rozmawiaiąc z Kalistenesem Filozofem, rzekł: ia Efestyona 2 laty przechodzę, Klitus zaś obudwu nas lata liczy, i ieszcze 4, a przeto wszyscy mamy lat 96. Pytam wiele na ten czas lat miał

Ale-

Alexander, wiele Efestyo; wiele Klitus? Liczba wynaleziona Efestyo miał 22. Alexander 24. Klitus 50.

VII. Trzech maią pewną summę pieniędzy, to iest 44 czer: złot: Ale drugi ma tyle drugie co pierwszy, i ieszcze 4 cz: zł. Trzeci zaś tyle ma, ile pierwszy i drugi, i ieszcze 6. Pytam ile każdy miał? Liczba wynal: pierwszy 5, drugi 14, trzeci 25.

VIII. Chcę wynaleść trzy liczby, któreby dodane uczyniły 60; druga zaś aby pierwszą zawierała w sobie dwa razy, i nad to cztery, trzecia zaś aby w sobie zamykała pierwszą i drugą, i nad to 6? Liczba wynal: pierwsza 7 $\frac{2}{3}$, druga 19 $\frac{1}{3}$, trzecia 33.

IX. Jak podzielić liczbę 1000 na dwie części, z których większa przechodziłaby mnieyszą tą liczbą 49? Liczba wynaleziona większa 524 $\frac{1}{2}$, więc mnieysza 475 $\frac{1}{2}$.

X. Dwóch kupuią pole pewne złotych 100. otaxowane. Pierwszy do drugiego mówi: gdybyś mi z twych pieniędzy dał połowę, mógłbym sam to pole kupić. Drugi zaś rzecze: gdybyś mi z twych pieniędzy $\frac{1}{3}$ dał, ia sam owo pole zapłaciłbym. Pytam ile każdy miał pieniędzy? Licz: wynal: pierwszy 60. Drugi 80.

Założ:

Drugi	20 -	50.
Pierwszy	90.	
Drugi	32 -	40.
Pierwszy	84.	

Kładę, że drugi miał zł: 20; z tych ustępuie pierwszemu połowy to iest 10, więc pierwszy miałby 90. Potem pierwszy ustępuie drugiemu trzeciey części, to iest 30, i będzie miał 50, więc mu ieszcze 50 do sta niedostaie, piszę ten błąd i t. d.

A zno-

A znowu czynię drugie założenie tymże sposobem i t. d.

XI. Alexander W. przed batalią, którą miał stoczyć z Daryuszem, kazał rozdać między żołnierzy swoich 77,500 funtów mąki; Konnemu każdemu po 3 funty; Pieszemu każdemu po 2 funty. Było zaś piechoty 7 razy więcey niż kawaleryi, i ieszcze 500. Pytam, ile kawaleryi, ile piechoty na plac Alexander wyprowadził? Liczba wynal: kawaleryi wyprowadził 4500. Piechoty siedm razy więcey i ieszcze 500, to iest: 32,000.

ROZDZIAŁ IV.

O wyciąganiu ścian.

POspolitsze, i w częstszym używaniu ściany są te: Kwadratowa, czyli czworograniasta, lub czteroboczna, wyciągana z czworgranu (*ex quadrato*) i kubiczna czyli sześciogranna, lub sześciościenna albo pełna, wyciągana z sześciogranu (*ex cubo.*) O tych teraz mowa będzie.

I. Co iest kwadrat, co ściana kwadratowa?

Kwadrat, albo czworgran, iest liczba przez się samę rozmnożona, np. 2 X 2, czynią 4. Także 3 X 3, czynią 9. Te 4 i 9 są kwadraty, czyli liczby kwadratowe; liczby zaś 2 i 3, z których rozmnożenia przez siebie samych zosobna, kwadraty winiknęły, zowią się ściany kwadratowe, czyli czworograniaste. Sciany więc są to te liczby, z których się kwadraty rodzą. A zatem liczba kwadratowa iest ta, którey iedności mogą bydź rozstawione w kwadrat.

2.

2. Co iest sześciogran, co ściana sześciogranna lub sześciościenna?

Sześciogran iest ta liczba, która rośnie z liczby iakiey trzy razy w się wprowadzoney. Albo iestto ta liczba, która wynika z kwadratu przez swoię ścianę rozmnożonego. Na przykład 8 rośnie ze 2 we 2, i z tego produktu 4, w też dwa wprowadzonych. Podobnie 27 staie się z kwadratu 9 przez ścianę iego 3 rozmnożonego. Liczby zaś owe 2 i 3, przez które kwadraty ich własne rozmnożyłem, nazywaią się ściany sześciogranne. Liczba sześciogranna nazywa się inaczey kostka dla tego, iż wzdłuż, wszerz i wgłąb iest równoboczna.

Jeżeli wspomniony sześciogran 8 przez swoię ścianę 2 rozmożę, wypadnie produkt 16 stopnia czwartego. Ten znowu rozmnożywszy przez tęż ścianę 2, tak 16 X 2, wypadnie nowy produkt 32 stopnia piątego; i tam daley. Sciana bowiem pierwsza 2 zowie się stopień pierwszy, albo po prostu ściana: 4 zowie się stopień drugi, albo kwadrat; 8 stopień trzeci, albo sześciogran; 16 stopień czwarty, albo czworgran czworgranu; 32 stopień piąty, albo sześciogran sześciogranu. Te wyższe stopnie do Algiebry odsyłamy; nam dosyć będzie ukazać sposób wyciągania ściany czworgraniastey, i sześciogranney, zwłaszcza, iż wyższych stopni rzadkie iest używanie.

3. Coto iest wyciąganie ściany kwadratowey, i sześciogranney?

Wyciąganie ściany z liczby kwadratowey, albo sześciogranney, iest to wynalezienie liczby owey, z którey stał się kwadrat albo sześciogran.

4. Które są reguły służące do wyciągania ścian?

Inne są do wyciągania ścian kwadratowych; a inne do wyciągania ścian z liczby sześciograniey czyli pełney. O każdych z osobna mówić będziemy.

§. 1.

O wyciąganiu ściany czworgraniastey z liczby daney.

5. CO iest wyciąganie ściany czworgraniastey?

Wyciąganie ściany czworgraniastey, iest to, iakośmy niedawno powiedzieli, wynalezienie liczby takiey, która w się wprowadzona, czyni czyli rodzi liczbę zadaną kwadratową, ieżeli iest spełna kwadratowa, a ieżeli nie iest spełna kwadratowa, rodzi naywiększy kwadrat, który się w niey zamyka. Np. liczby 36, iest ściana 6, gdyż 6 X 6 = 36.

6. Jeżeli liczba dana niewynosi więcey nad sto, iak iey ścianę łatwo znaleść można?

W ten czas daney liczby ścianę czworgranną łatwo znaleść można w następuiącey tabliczce:

Sciany.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Czworgranic.	1.	4.	9.	16.	15.	36.	49.	64.	81.	100.

zwłaszcza gdy liczba iest spełna kwadratowa; np. Chcąc doyść, iaka iest ściana kwadratowa 16, szukam w drugiey kolumnie kwadratów, ieżeli tam zadana liczba 16 wyraża się, i znayduię ią w czwartym rzędzie, i 4 w tymże samym rzędzie w wyższey kolumnie po-

położone. Te 4 są ścianą kwadratową 16; bo 4 X 4 czynią 16. Jeżeli zaś liczba zadana nie iest prawdziwy kwadrat, w ten czas brać się powinna ściana liczby naybliżey przychylaiącey się do liczby zadaney, np. Chcąc wiedzieć, iaka iest ściana czworgranna 50? Szukam w drugiey kolumnie kwadratów, ieżeli tamta liczba 50 mieści się; którey iż nie znayduię, więc biorę liczbę naybliżey przychylaiącą się do niey, to iest 49, i mam w wyższey kolumnie ścianę iey czworgranną 7. Bo 7 X 7 = 49. Liczba przeto 50 rzetelney ściany swoiey nie ma.

7. Jakie są reguły na wyciąganie ściany czworogranney z liczby daney i kieykolwiek, która więcey nad sto wynosi?

Te następuiące: *Naprzod* trzeba daną liczbę, od prawey ręki zaczynaiąc, podzielić punktami, tak żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piąta, i tak daley, zawsze iednę figurę przeskakuiąc. Tym sposobem podzielisz daną liczbę na części, z których każda będzie miała dwie figury, prócz pierwszey części od lewey ręki, w którey często iedna tylko figura przypada. Jle zaś będzie części w liczbie tak podzieloney, czyli ile będzie punktów położonych, tyle mieć w sobie powinna figur ściana wynaleziona.

Powtóre: To uczyniwszy, zaczynam samę robotę, biorąc pierwszą część od lewey strony liczby daney, i szukam iey na tabliczce czworgraniów, którą ieśli znayduię, biorę przypadaiacą iey ścianę, ieżeli nie znayduię, to biorę ścianę czworgranu naybliżey do tey liczby przychylaiącego się, i piszę ią na miey-

scu

scu osobnym, za pierwszą część ściany ieneralney.

Potrzecie. Z wynalezioney ściany robię kwadrat, i odciągam go od pierwszey części liczby daney. Do reszty zaś, ieśli się iaka została, składam drugą następuiącą część z liczby daney, dwie figury zawieraiącą. Potem ścianę wynalezioną podwoiwszy, piszę ią za dzielnika tey drugiey części.

Poczwarte. Uważam, ile razy dzielnik z ściany podwoioney zrobiony brać się może w tey drugiey części, nie tykaiąc atoli ostatniey iey figury punktem naznaczoney. Wieloraz wypadaiący piszę zaraz, i za część drugą ściany ieneralney, i na końcu dzielnika.

Popiąte. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część ściany, rozmnażam całego dzielnika, niepomiiaiąc ostatniey tamże dopiero przydaney liczby, a produkt odciągam od całey drugiey części wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszty pozostałey składam następuiącą trzecią część liczby daney, także we dwóch figurach zawartą, którą, nietykaiąc ostatniey figury kropką naznaczoney, przez całą ścianę podwoioną dzielę, a wieloraz tak za trzecią część ściany, iako i na końcu nowego dzielnika piszę; potem przez tę trzecią część ściany, dzielnika całego wraz z przydaną liczbą rozmnożywszy, produkt odciągam od całey trzeciey części liczby daney sposobem wyżey podanym. Nakoniec złożywszy następuiącą czwartą część liczby daney do pozostałey reszty, postępuię sobie tak, iak się o drugiey, i trzeciey części powiedziało, aż doydę do ostatniey części, z któ-

którey ieżeli się po ostatnim odciągnieniu nic nie zostaie, znak iest, że liczba dana prawdziwy iest czworgran; ieżeli się zaś co zostaie, znać, że liczba spełna kwadratowa nie iest, ani może mieć rzetelney ściany swoiey, to iest znać, że nie może mięć takiey ściany, którąby się liczbą spełna całkowitą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś w ten czas liczba, iest ścianą kwadratu, naybliżey do daney liczby przychylaiącego się.

8. Co ieszcze o wyciąganiu ściany czworgranney wiedzieć potrzeba?

To osobliwiey: iż ieżeli ściana podwoiona, w części odciętey od liczby daney, i do reszty przyłożoney, brać się nie może, tedy równie iak w dywizyi, do ściany dodaie się zero, a następuiąca część z liczby daney składa się, ieżeli się znayduie i t. d. Nadto ściana przez dywizyą wynaleziona pomnieysza się iednym, gdy produkt z multyplikacyi ściany przez dzielnika, i przydaną liczbę wypadaiący, będzie większy nad liczbę, od którey ma bydź odciągniony, na co dobrze pomnieć potrzeba, dla uniknienia wszelkiey omyłki w robieniu. Pokażmy iuż w przykładach danych reguł praktykę:

Przykład I. Ma kto kamieni ciosanych płaskich kwadratowych: 1849, chce niemi w kwadrat podłogę wysłać. Pytam wiele na każdy bok kamieni kłaść przypadnie? Oto robota:

Liczba dana	Sciana.
18,49	43.
16	

Dziel-

Dzielnik drugiey części	8,3	249.
		249.

Ażebym z tey liczby ścianę wyciągnął, dzielę ią naprzód przez punkta na dwie części, sposobem wyżey podanym. A stąd wnieść można, iż w ścianie dwie figury zamykać się powinny: *Powtóre*. Biorę pierwszą część liczby daney 18, którey że w tablicy czworgranów nie znayduię, biorę 16 naybliższe do 18, i przy nich położoną ścianę 4, piszę za pierwszą część ściany ieneralney. *Potrzecie*: Z tych 4 pierwszey części ściany, robię kwadrat 4 X 4 = 16, a produkt 16 odciągam od 18; Do reszty zaś 2, które się po odciągnieniu pozostały, składam następuiącą drugą część liczby daney, to iest 49, i mam: 249. *Poczwarte*: Scianę wynalezioną 4 podwoiwszy. 4 X 2 = 8, kładę ią za dzielnika tey drugiey części, i uważam ile razy 8 mieści się w 24 (nietykaiąc 9. punktem naznaczonych) a wielorsz 3 kładę za drugą część ściany ieneralney, i oraz przydaię go na końcu dzielnika 8. *Popiąte*: Rozmnożywszy przez 3 dopiero wynalezione, całego dzielnika wraz z przydanemi do niego 3, produkt 249, odciągam od całey drugiey części liczby daney, także 249, i nic się się nie zostaie; co znakiem iest, że dana liczba iest prawdziwie czworgranna. A ponieważ niemasz więcey części liczby daney, zakończyłem robotę.

Sciana więc, którey szukałem, będzie w sobie zamykała kamieni 43. Bo 43 w siebie wprowadziwszy 43 X 43, wypadnie liczba

1849.

1849, daney liczbie 1849 we wszystkim rówwna. Gdyby zaś po rozmnożeniu więcey lub mniey wypadło od daney liczby, znakby to był, iż w wyciąganiu ściany błąd był popełniony, i na ten czas trzebaby robotę powtórzyć.

Przykład II. Liczy Hetman w swym woysku żołnierzy 10,404. Tych w potrzebie chce uszykować w kwadrat; pytam, ile na każdy bok ma ich postawić, i wiele będzie wszystkich szeregów?

Liczba dana | Sciana
1,04,04 | 102
. . .
1
20,2 | 0,404
. .
404
. . .

W tym przykładzie, że 2 dzielnika nie mogę brać w drugiey części liczby daney, która tu iest zero, dla tego za drugą część ściany piszę 0, a do tey drugiey części składam trzecią część liczby daney, i mam 404, które przez ścianę podwoioną podzieliwszy, wypada cała ściana liczby daney: 102, i pokazuie, iż w każdym szeregu stanąć powinno żołnierzy 102. Powtóre, iż tyle wszystkich szeregów będzie. Z tey ściany kwadrat zrobiwszy, wypadnie liczba dana.

Przykład III. Pewney Chorągwi iż się walecznie z nieprzyiacielem potkała, daie Jenerał w nagrodę odwagi i męztwa złot: 17,956, w obozie nieprzyiacielskim znalezione, pod

tą kondycyą, aby tyle każdy wziął; ile ich było w Chorągwi owey. Pytam, ile każdemu żołnierzowi dostanie się, i wiele było żołnierzy w owey Chorągwi?

Liczba dana	Sciana
1,79,56	134

```
        1,79,56 | 134
        :  .  .
        1
  2,3 | -79
          .
         69
 26,4 |  1056
           .
         1056
```

Sciana wynaleziona pokazuie, iż w owey Chorągwi było żołnierzy 134, i każdy z nich wziął po zł: 134. Bo z tey liczby 134 kwadrat zrobiwszy, wypadnie dana liczba: 17,957.

Przykład IV. Mam wyciągnąć ścianę czworograniastą z daney następuiącey liczby:

Liczba dana	Sciana
6,24,37,65	2498 $\frac{3761}{4997}$.

```
        6,24,37,65 | 2498 3761/4997.
        .  .  .  . |
        4
   4,4 | 224
           .
         176
  48,9 | -4837
            .
          4401
 498,8. | -43665
             .
          39904
          -3761.
```

W tym

W tym przykładzie przy diwizyi drugiey części, 4 w 22, mogę brać pięć razy; lecz ponieważ produkt z multyplikacyi całego dzielnika, przez ścianę 5 wypadaiący, większy iest nad drugą część liczby daney 224, od którey mam odciągać, przeto wieloraz zmnieyszam iednym, i za drugą figurę ściany kładę tylko 4, iakośmy wyżey przed pierwszym przykładem powiedzieli.

9, Co ieszcze w wyciąganiu ściany czworgranney uważać, i wiedzieć potrzeba?

To, co następuie: Jeżeli liczba dana nie iest spełna kwadratowa, tedy reszta od ostatniego odciągnienia pozostała, iaka iest w tym ostatnim przykładzie: 3761 idzie na liczbę łamaną; w którey resztę pozostałą kładę za licznika, a za mianownika ścianę wynalezioną podwoioną. Jeżeli zaś reszta pozostała będzie większa nad ścianę wynalezioną, w ten czas ścianie podwoioney, maiącey bydź mianownikiem, przydaię iedno. Tak w ostatnim przykładzie, ponieważ reszta 3761, większa iest nad ścianę znalezioną 2498, zaczem podwoiwszy tęż ścianę: 2498 X 2, do produktu: 4996 przydaię 1, i mam frakcyą ścianie wynalezioney przyległą tę: $\frac{3761}{4997}$.

Przyczyna tego ta iest: iż każdy kwadrat większy, mnieyszego po którym zaraz następuie, przewyższa ścianą tegoż mnieyszego kwadratu, podwoioną przydawszy 1, tak dalece: iż dodawszy 1 do podwoioney ściany iakiegokolwiek kwadratu, a tę summę do kwadratu naybliższego mnieyszego, wypadnie kwadrat naybliższy większy. Np. 16 od 9, to iest kwadrat większy od mnieyszego naybliższego, różni się tą przewyżką: 3 † 3 † 1 = 7, albo iak

się powiedziało, ścianą kwadratu mnieyszego podwoionego, z przydatkiem iedności. Tę więc summę 7 dodawszy do kwadratu mnieyszego 9, wypadnie większy: 16; gdyż ściana kwadratu mnieyszego iest 3. (n)

10. Jaki iest sposób na doświadczenie dobrze wyciągnioney ściany kwadratowey?

Ponieważ wyciąganie ściany kwadratowey nic innego nie iest, tylko rodzay iakiś dywizyi, z tą tylko różnicą, że w dywizyi pospolitey iest liczba dana na dzielnika, tu zaś dzielnika szukać potrzeba, i to na każdą część liczby daney innego, którego z ściany wynalezioney dochodzimy; zaczem iak w dywizyi pospolitey, tak i tu na probę dosyć będzie, ścianę wynalezioną przez siebie samę rozmnożyć, i do produktu przydać resztę od ostatniego odciągnienia, z liczby daney pozostałą: produkt ieneralny wypadaiący, powinien bydź równy zupełnie liczbie daney. Tak w ostatnim przykładzie ścianę 2498 w się wprowadziwszy, wypada: 6,240,004. Do tych przydawszy resztę pozostałą: 3761, wychodzi liczba dàna: 6,243,765.

Ta

---

[n] Z frakcyi ściany znalezioney przyległey, wyciągaią niektòrzy czworogranną ścianę przez naybliższe przychylanie się do rzetelney ściany, dodaiąc kilka par zerów do reszty po odciągnieniu pozostałey, co w Matematyce niemały przynosi pożytek. Lecz ponieważ Arytmetyka nasza, zwłaszcza dla zaczynaiących pisana, wygodnie bez tego przybliżania ściany obeyść się może, umyślnie to opuszczamy, maiąc za cel w pisaniu kròtkość.

Wyciąganie ściany kwadratowey przez Tablice Neperowe, ma dobrze opisane X. Solski w Nauce 17, Zabawy 14 Geometryi swoiey, na karcie 153, kto chce, niechay się tam uda.

Ta iest cała nauka o wyciąganiu ściany kwadratowey, mowmy teraz o kubiczney.

§. 2.

O wyciąganiu ściany sześciogranney z liczby daney.

11. CO iest liczba sześciogranna, czyli kubiczna?

Jest to, iakośmy iuż powiedzieli, produkt liczby trzy razy w się wprowadzoney, iako np. Sześciogran 8, wypada z rozmnożenia liczby 2 X 2 X 2 = 8. Albo też: Jest to produkt z rozmnożenia kwadratu przez swoię ścianę. Tak rozmnażaiąc kwadrat 9 przez swoię ścianę 3, wypada sześciogran 27, który się inaczey nazywa stopniem trzecim.

12. Co to iest wyciąganie ściany sześciogranney z liczby daney?

Jest to wynalezienie takiey liczby, która przez siebie samę trzy razy rozmnożona, czyni, czyli rodzi liczbę zadaną, to iest sześciogran, czyli kostkę wszerz, wzdłuż i wgłąb równoboczną, ieżeli dana liczba iest zupełnie sześciogranna: ieżeli zaś nie, rodzi naywiększy sześciogran w owey liczbie zamknięty, np. Wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby daney 8, iest to wynaleść liczbę 2, która trzy razy w się wprowadzona, daną liczbę 8 rodzi.

13. Kiedy liczba dana nie wynosi więcey nad tysiąc, iak łatwo można mieć iey ścianę sześciogranną?

W ten czas można ią łatwo znaleść w tablicy następuiącey, np. Chcąc doyść, iaka iest ściana sześciogranna 27; szukam w trzęciey

ciey kolumnie tey liczby, i znayduię ią w trzecim rzędzie; więc 3 w tymże samym rzędzie w pierwszey kolumnie położone, są ściana sześciogranną 27. Bo 3 X 3 = 9, też 9 X 3 = 27. Jeżeli zaś dana liczba nie iest rzetelny sześciogran, w ten czas bierze się ściana naybliższa liczbie zadaney.

Sciany	Czwargranie	Sześciogranie
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	2 6
7	49	343
8	64	512
9	91	729
10	100	1000

Tak liczby 170, iest ściana nayblizsza 5 i t.d. iakośmy wyżey o wyciąganiu sciany czworograniastey powiedzieli.

14. Kiedy liczba zadana wynosi więcey nad tysiąc, iak się z niey wyciąga ściana sześciogranna?

W ten czas trzeba zachować następuiące reguły: *Naprzód.* Potrzeba daną liczbę, zaczynaiąc od ręki prawey, tak podzielić, aby w każdey części trzy figury znaydowały się, prócz pierwszey od ręki lewey, która czasem dwie, a czasem iednę tylko figurę mieć może. Jle będzie takich części, tyle bydź powinno figur w ścianie z tey liczby wyciągnioney. Prócz tego trzeba, iak wyżey o wyciąganiu ściany czworogranney powiedzieliśmy, kłaść kropkę pod trzecią figurą od prawey ręki, i znowu dwie we śrzodku opuściwszy pod szóstą figurą, potem pod dziewiątą, dwunastą, i tak daley; zawsze po dwie figury we śrzodku po każdey kropce opuszczaiąc.

Powtóre. Pierwszey części liczby daney szukam ściany sześciogranney na tablicy sześciogranów,

granów, którey ieżeli nie znayduię, biorę ścianę sześciogranu naybliżey do niey przychylaiącego się, i piszę ią na osobnym mieyscu za pierwszą część ściany ieneralney. Potem z tey ściany wynalezioney robię sześciogran, i odciągam go od pierwszey części liczby daney.

Potrzecie. Do reszty, ieśli się iaka po tym odciągnieniu została, składam następuiącą drugą część z liczby daney, lecz po znalezieniu dzielnika, iednę tylko z owey złożoney części liczbę, czyli figurę kropką naznaczoną brać będę do szukania wieloraza. Dzielnika zaś drugiey części tak wynayduię: z ściany iuż wynalezioney robię kwadrat, i potraiam go, to iest mnożę go przez 3; Produkt stąd wypadaiący będzie dzielnikiem drugiey części; dopiero uważam, wiele razy ten dzielnik w owey drugiey części zamyka się (nietykaiąc dwoch figur ostatnich teyże części po kropce leżących) a wieloraz piszę za drugą figurę ściany ieneralney.

Poczwarte. Przez wieloraz wynaleziony rozmnażam dzielnika, a produkt piszę pod temi liczbami, w których się tenże dzielnik zamykał; potem potraiam pierwszą część ściany znalezioney, i rozmnażam ią przez kwadrat drugiey części teyże ściany; produkt stąd wynikaiący piszę pod pierwszym produktem, iedną figurą ku prawey występuiąc. Nakostatek robię sześciogran z teyże drugiey części ściany wynalezioney, który piszę pod drugim produktem, iedną znówu figurą ku prawey występuiąc. Dopiero te trzy produkta razem

zbie-

zbieram, i odciągam od drugiey części, wziętey wraz z ostatniemi dwiema figurami za kropką stoiącemi.

Po piąte. Do reszty, ieśli się iaka została, składam dalszą część z liczby daney, i szukam nowego dzielnika tak, iakom wyżey w trzecim punkcie powiedział, robiąc kwadrat z ściany wynalezioney, i potraiaiąc go; produkt stąd wypadaiący, będzie nowym dzielnikiem. Uważam potem, wiele razy zamyka się w części liczby daney, dwóch ostatnich figur nietykaiąc. Wieloraz piszę za trzecią część ściany ieneralney. Dopiero robię tym sposobem, iakom w czwartym punkcie powiedział, produkta, które zebrane odciągam z trzeciey części liczby daney i t. d. Tym sposobem można łatwo wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby daney, choćby naywiększey.

Wiedzieć zaś potrzeba, iż ieżeli wynaleziona ściana sześciogranna będzie złożona ze trzech figur, pierwsza część ściany, do szukania, czyli robienia produktów, powinna zamykać w sobie dwie figury, a druga część iednę trzecią figurę. Jeżeli zaś będzie złożona ze czterech figur, pierwsza część powinna zamykać trzy figury, a druga część czwartą figurę, i tak daley. Przykłady całą tę naukę lepiey i dokładniey obiaśnią.

Przykład I. Ma kto kamieni równo ciosanych 1728, chce z nich sześciogranny postument do posągu kazać wystawić; pytam, iak wiele na każdym boku wszerz, wgłąb i wzdłuż kamieni kłaść będzie potrzeba?

Liczba dana	Sciana sześciogranna.
1,728	12
1	

Dzielnik 3 | 7,28

6
12
8

728

Abym z daney liczby ścianę wyciągnął, daną liczbę podzieliwszy na dwie części, widzę że iedności ściana iest 1, którą piszę za pierwszą część ściany na boku; a że iedności sześciogran iest 1, odciągam więc zaraz 1 od 1, nic się nie zostaie. Powtóre składam następuiącą część z liczby daney, i zrobiwszy dzielnika 3, sposobem przepisanym, widzę, iż się w 7 dwa razy zamyka, piszę ie więc za drugą część ściany ieneralney; potem trzy produkta, według nauki wyżey podaney, uczyniwszy, i razem zebrane od drugiey części odciągnąwszy, zostaie się nic; co iest znakiem, iż dana liczba zupełnie iest sześciogranna. Sciana zaś wynaleziona 12 pokaże, iż na każdy bok owego postumentu kłaść potrzeba kamieni 12, Bo 12 X 12 daią 144. Te 144 X 12 daią 1728, ile było kamieni danych.

Przykład II. Chcę wyciągnąć ścianę kubiczną z następuiącey liczby:

Liczba

Liczba dana	Sciana sześciogran.
66,926,037	406 † $\frac{2621}{495728}$.

```
      64
   ─────────────
48   |  29,26,
4800 |  29260,37.  a.
   ─────────────
      28800 . .  c.
       4320 . .  d.
        216  .   e.
      ───────────
    2923416  .   f.
      ───────────
    ...2621. .   g.
```

W tym przykładzie, postępuiąc sobie podług reguł wyżey podanych, ponieważ w drugiey części liczby daney, dzielnik 48 w 29 brać się nie może, zaczem za wieloraz piszę zero, a do drugiey części składam trzecią część z liczby daney, i zrobiwszy nowego dzielnika 4800, widzę, iż w 29,260 zamyka się 6 razy. Te więc 6 piszę za trzecią figurę ściany, a potem robię produkta do odciągnienia ich z liczby podzielney; to iest wieloraz 6 rozmnażam przez dzielnika 4800, wypada produkt: 28800, który piszę przy c, potem potroiwszy pierwszą część ściany wynalezioney, wprowadzam ten produkt w kwadrat drugiey części ściany 6, i mam cały produkt, który piszę przy d; naostatek robię sześciogran z teyże drugiey części ściany 6, a produkt piszę przy e. Te produkta razem zebrawszy, piszę ie przy f, i ten dopiero ieneralny produkt odciągam z liczby podzielney a, zostaie się 2621 przy g. Co pokazuie, iż liczba dana nie iest zupełnie sze-

sześciogranna, czyli pełna. Sciana tedy sześciogranna 406 nie iest ścianą rzetelną liczby daney, lecz tylko ścianą naywiększego sześciogranu, w owey liczbie zamykaiącego się. Dowód dobrze wyciągnioney ściany pełney będzie niżey ukazany.

Przykład III. Mam wyciągnąć ściany pełną z następuiącey liczby:

Liczba dana	Sciana.
12,454,901,432	2318.

```
                    8
                  -----
Dzielnik 12  |  4454,
2giey części  |  -----
                 36..
                  54.
                   27
              ---------
                 4167
            -----------
Dzielnik 1587 | 287901,
3ciey części  | -------
                 1587..
                    69.
                     .1
              ---------
                 159391
            ------------
Dzielnik 160083 | 12851043 2.
4tey części,    | -----------
                  1280664..
                     44352.
                        512.
            -------------------
                  128510432.
```

Scia-

Sciana więc wynaleziona daney liczby iest: 2318. Ta trzy razy w się wprowadzona, uczyni daną liczbę.

15. Jak insi wyciągaią ścianę pełną z liczby daney?

Insi wyciągnąwszy ścianę z pierwszey części liczby daney, tak iak się powiedziało, iednę tylko figurę z drugiey części liczby daney skladaią, i uczyniwszy sobie dzielnika sposobem podanym, szukaią wieloraza, który znalazłszy, piszą za drugą figurę ściany. *Powtóre.* Z tey znalezioney ściany robią sześciogran, i odciągaią go od obudwoch części liczby daney, a resztę zostaiącą pod liniyką wypisuią *Potzzecie.* Do tey reszty przydawszy iednę z trzeciey części liczby daney figurę, i znalazłszy nowego dzielnika tymże samym co wyżey sposobem, i wieloraz za trzecią figurę ściany napisawszy, z całey ściany sześciogran uczyniwszy, odciągaią ten produkt od wszystkich części z liczby daney iuż branych. Y tak daley sobie postępuią, kiedy tego potrzeba. Nie rozciągam się nad obiaśnieniem tego sposobu, bo mi się pierwszy dokładnieyszy zdaie.

16. Jeżeli się co zostaie po wyciągnieniu ściany sześciogranney z liczby daney, czego to iest znakiem?

Znakiem to iest, iż takowa liczba spełna sześciogranną nie iest, i ściana wynaleziona, nie iest ścianą rzetelną liczby daney, ale tylko ścianą naywiększego sześciogranu w owey liczbie zawieraiącego się. Ponieważ tedy cała ściana liczby daney całkowitą liczbą wyrazić się nie może, przeto reszta pozostała wy-

razać się ma frakcyą, którey licznikiem będzie taż samma liczba pozostała, a mianownikiem przewyżka zmnieyszona iednym, która zachodzi między sześciogranem ściany wynalezioney, i sześciogranem większym naybliższym. Jako w drugim przykładzie widzieć można. Podobnie wyciągnąwszy ścianę sześciogranną ze 20, mam ścianę 2; reszta pozostała 12 będzie licznikiem przyległey frakcyi, mianownikiem zaś 19 — 1 = 18. Cała więc wynaleziona ściana będzie: 2 † $\frac{12}{18}$.

Racya tego ta iest: iż sześciogran większy, np. 27, przewyższa sześciogran naybliżey od siebie mnieyszy 8, ścianą 2 sześciogranu mnieyszego potroioną, i rozmnożoną przez ścianę 3 sześciogranu większego, z przydatkiem do produktu 1, to iest: 27 — 8 = 6 X 3 † 1 = 19. Albo też: każdy sześciogran przewyższa od siebie naybliższy mnieyszy, trzy razy wziętym kwadratem z ściany mnieyszego kwadratu, przydaiąc potroioną też samę ścianę, i do niey 1. Y dla tey przyczyny w żadnym wyciągnieniu ściany sześciogranney, reszta, ieśli iaka zbywa, nie może bydź większa, iak trzy razy wzięty kwadrat znalezioney ściany, oraz z przydaniem produktu potroioney teyże ściany, inaczey liczba dana miałaby ścianę iedną iednością większą, nad tę, która iest wynaleziona.

17. Jaka iest proba na doświadczenie dobrze wyciągnioney ściany sześciogranney?

Ta następuiąca: rozmnaża się trzy razy przez siebie samę znaleziona ściana, a do produktu dodaie się reszta od ostatniego odciągnienia pozostała, summa równa liczbie da-

ney

ney wypaść powinna ; inaczey znakby był popełnioney iakiey omyłki. Tak w przykładzie drugim, ścianę znalezioną przez siebie trzy razy rozmnożywszy, i dodawszy resztę pozostałą 262, wypada dana liczba : 66926037. Oto wizerunek roboty :

406
406

2436
16240.

164836 Kwadrat.
406

989016
6593440.

66913416 Sześciogran.
262 Reszta.

66926037 Liczba dana.

18. Jak się wyciąga ściana tak kwadratowa, iako i pełna z frakcyy danych ?

Wyciąga się ściana tak z licznika iako i mianownika, sposobem wyżey podanym o kwadratach i sześciogranach, wypadnie frakcya za ścianę daney frakcyi, zwłaszcza kiedy i licznik i mianownik ma ścianę rzetelną. Tak $\frac{4}{5}$ są ścianą czworogranną frakcyi $\frac{16}{25}$, a $\frac{3}{5}$ są ścianą sześciogranną frakcyi $\frac{27}{125}$. (o)

§.

(o) Jako wyciąganie ściany kwadratowey, tak i sześciogranney przez naybliższe do prawdziwey ściany przychylenie się z liczby niespełna sześciogranney opuszczamy, zwłaszcza, iż sześciogranne i wyższych sto-

§. 3.

O wynaydowaniu liczb średnich nieprzerwanie proporcyonalnych.

MOwiliśmy iuż wyżey, iż dwoiaka iest proporcya: ciągła czyli nieprzerwana, i prosta czyli porządna, i tamże podaliśmy sposób na szukanie czwartey liczby proporcyonalney porządney. Tu ukażemy sposób na szukanie liczb średnich proporcyonalnych.

19. Jak się danym dwom liczbom trzecia nieprzerwanie proporcyonalna wynayduie?

Z drugiey liczby robi się kwadrat, to iest w siebie samę wprowadza się, a produkt z tego mnożenia wypadaiący, dzieli się przez liczbę pierwszą, wieloraz ukaże trzecią liczbę dwom danym liczbom nieprzerwanie proporcyonalną.

Niech będą dane dwie liczby: 2. 6, do których trzeciey liczby nieprzerwanie proporcyonalney szukać mam. Według daney nauki 6 X 6, a produkt 36 podzieliwszy przez 2, wypada 18 trzeci termin proporcyonalny. ∺ 2. 6. 18. Bo iako 2 w 6, tak 6 w 18 trzy razy spełna mieszczą się. Fundament tego zamyka się w prawid: 3cim Roz: 3go

Wiedzieć potrzeba, iż kiedy dane będą dwie liczby między sobą pierwsze, to iest: kiedy iedna

---

priaw ściany, do Algiebry szczególnieyszym prawem należą, przez którey reguły daleko łatwiey znaydowane bywaią. Można w tey materyi czytać Arytmet: X. Skaradkiewicza, i naukę X. Solskiego 2ostą, Zab: 14, który także opisuie sposób wyciągania ściany sześciogran przez Tabliczki Nepera, w Nauce 18. Zab 14. Jeometryi swoiey.

dna w drugiey spełna kilkakroć brać się nie może, w ten czas trzecia liczba nieprzerwanie proporcyonalna, nie w całkowitey liczbie, ale z przyłączoną frakcyą wypadnie. Tak dawszy dwie liczby: 2. 7, wypadnie trzecia proporcyonalna: 24 † ½, to iest: ÷ 2. 7. 24 † ½.

20. Jak się wynayduie między dwiema danemi liczbami śrzednia nieprzerwanie proporcyonalna?

Rozmnażaią się te dwie dane liczby między sobą, a z produktu wyciąga się ściana kwadratowa; ta ściana będzie śrzednim terminem między danemi dwoma liczbami nieprzerwanie proporcyonalnym.

Niech dane będą dwie liczby: 3. 27. między któremi szukam liczby śrzedniey nieprzerwanie proporcyonalney: więc 3 X 27 = 81. Z tych 81 wyciągnąwszy ścianę czworgranną, wypadnie ściana 9, czyli śrzedni termin proporcyonalny między danemi liczbami: 3 i 27. to iest: ÷ 3. 9. 27. Bo iako 3 w 9, tak też 9 w 27, trzy razy spełna mieszczą się. Fundament tego masz w tymże prawid: 3cim Rozdz: 3go.

Srzedni zaś termin Arytmetyczny tak się znayduie: dane liczby dodaią się, summy połowa da termin Arytmetyczny proporcyonalny, np. 2. 8. Te liczby dodawszy 2 † 8 = 10. połowa summy 5, daie śrzedni termin Arytmetyczny proporcyonalny, tak: 2. 5 : : 8.

21. Na co tu ieszcze mieć uwagę potrzeba?

Na to, iż ieżeli produkt danych dwoch liczb nie iest rzetelny kwadrat, ani ściany kwadratowey prawdziwey wyciągnąć z niego nie można bez iakiey retzty, w ten czas między takiemi

kiemi liczbami śrzedniey liczby nieprzerwanie proporcyonalney znaleść dla zachodzącey frakcyi nie można.

Przeciwnie zaś ściana kwadratowa iest śrzednią liczbą proporcyonalną między iednym i swoim własnym kwadratem, dla tego, iż każdy kwadrat można brać niby rozmnożony przez 1. Tak 4. ściana kwadratu 16. iest śrzednią liczbą nieprzerwanie proporcyonalną, między 1 i 16. Bo ÷÷ 1. 4. 16; tak się ma 1. do 4. iak też 4 do 16.

22. Jak między dwoma liczbami, dwie śrzednie liczby nieprzerwanie proporcyonalne wywynayduią się?

Wynayduią się następuiącym sposobem: kwadrat z pierwszey daney liczby zrobiony, rozmnaża się przez liczbę drugą, z produktu wyciągniona ściana sześciogranna pokaże pierwszą śrzednią liczbę proporcyonalną. Podobnież kwadrat drugiey liczby rozmnaża się przez pierwszą liczbę daną, z tego produktu wyciągniona ściana sześciogranna, pokaże drugą śrzednią liczbę nieprzerwanie proporcyonalną.

Tak n. p. Chcąc znaleść między dwiema danemi liczbami 2. y 16. dwa terminy śrzednie nieprzerwanie proporcyonalne *Naprzód*. Czworgran 4, zrobiony ze 2. rozmnażam przez 16, toż z produktu 64 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 4, ta będzie pierwszą śrzednią liczbą proporcyonalną. *Powtóre*: Kwadrat 256 zrobiony z 16. drugiey liczby daney, rozmnażam przez 2. a z produktu 512 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 8. ta będzie drugą śrzednią liczbą proporcyonalną między 2 y 16.

Zaczem 2. 4. 8. 16. maią między sobą proporcyą ciągłą, czyli nieprzerwaną; gdyż iak się maią 2 do 4 tak się maią też 4. do 8, a iak się maią 4. do 8, tak się maią też 8 do 16.

Tu także wiedzieć potrzeba, iż ieżeli z produktu kwadratu iedney liczby rozmnożonego przez liczbę drugą, ściany sześciograniastey bez frakcyi wyciągnąć nie można, to między takowemi liczbami śrzednich liczb nieprzerwanie proporcyonalnych żądną miarą znaleść nie można. Pożytek tych tu pytań ukaże się w następuiącym Rozdziale, w którym mówić będziemy o Progressyach.

§. 4.

Zamyka niektóre użyteczne zadania, które się przez pomienione reguły rozwięzuią.

I. PRzez wyciągnienie ściany kwadratowey. *Zadanie I.* Z lip. 625 chcę ogród kwadratowy zasadzić; pytam, ile ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana wyciągniona pokazuie, iż na każdy rząd po 25 wypadnie.

Zadanie II. Chce kto dziki sad w kwadrat drzewkami wysadzić w którymby 56 rzędow było; ile mu drzewek na to potrzeba?

Z daney liczby robię kwadrat, produkt 3136 wskazuie mi, iż tyle drzewek potrzeba aby w owym sadzie było rzędow 56, a w każdym rzędzie po 56 drzewek.

Zadanie III. Chce kto ogrod 24 szeregami drzewek wysadzić, ma na to tylko 568 drzewek, ktore na 23 tylko szeregów wysadzenie wystarczaią, i nad to zostaie się drzewek 39.

Pytam

Pytam, wieleby drzewek ieszcze potrzeba, aby 24 szeregów bydź mogło?

Ścianę 23 podwaiam, a do produktu 46 przydaię 1. mam 47, od tych 47 odciągam pozostałych drzewek 39, zostaie się, 8, ktore pokazuią, iż tyle drzewek ieszcze potrzeba do owych 568. aby w ogrodzie owym było szeregów 24.

Albo też ze ściany 24 robię kwadrat, wychodzi 576, od tego odciągam 568 drzewek, przypada 8 drzewek dokupić.

Zadanie IV. Nauczyciel pewny rozdaie 324. iabłek między uczniów swoich, pod tą kondycyą: aby każdemu po tyle się dostało, ile wszystkich było? Pytam wiele miał uczniów i wiele każdy z nich wziął iabłek?

Z tey liczby ścianę kwadratową wyciągnąwszy, wypada 18. Tyle więc miał uczniów i po tyle każdy wziął iabłek.

Zadanie V. Matka daie swym dziecom 162 orzechow, pod tą kondycyą, aby każde tyle dwoie wzięło, ile ich iest; Pytam ile było wszystkich dzieci i ile każde orzechów wzięło?

Ponieważ każde ma brać po tyle dwoie, ile ich było, przeto liczbę daną potrzeba podzielić przez 2. a dopiero z wieloraza 81. wyciągnąć ścianę, wyniknie 9, tyle więc było dzieci, a każde wzięło po 18. orzechów.

Na probę robię z ściany 9 kwadrat, będzie 81, ten kwadrat rozmnażam przez 2. bo każde dwa razy tyle wzięło, co ich było wyydzie dana liczba 162.

Zadanie VI. Po zgorzeniu pewnego Klasztoru, wysłani są Zakonnicy na zbieranie iałmużny. Po nieiakim czasie powróciwszy, po-

strzegaią, iż każdy tyle uzbierał, ile ich wysłanych było. Cała zaś sumka od nich przyniesiona, czyni talar. 144. Pytam wiele ich było na kweście, i wiele każdy przyniosł?

Wypada ściana wyciągniona 12. To iest tyle ich było na kweście, i każdy po 12 talar: przyniosł.

Zadanie VII. Umieraiąc oyciec zostawił synom swoim złot: 1080, z tą kondycyą, aby każdy 30 razy tyle wziął, ile ich było. Pytam wielu miał synów, i wiele się każdemu dostało?

Daną liczbę przez 30 podzieliwszy, a z wielorazu 36, ścianę kwadratową wyciągnąwszy, wypadnie 6. synów; każdy więc weźmie po złot: 180.

Zadanie VIII. Ma pewne miasto kwadratowych kamieni: 76176, każe z nich wystawić Ratusz w kwadratową figurę. Pytam ile Rzemieślnik na każdy bok kamieni brać powinien?

Po wyciągnieniu ściany wypada 276, tyle na każdy bok kamieni kłaść potrzeba.

Zadanie IX. Jest baszta wysoka na łokci 24 obwiedziona fossą szeroką na łokci 10, chcąc wystawić drabinę, któraby do wierzchołka baszty owey z dalszego brzegu dosięgła; Pytam na wiele łokci długa bydź powinna?

Naprzod z wysokości baszty łokci 24 robię kwadrat = 576, a drugi z szerokości fossy łokci 10 = 100. Powtóre te dwa kwadraty razem znoszę, a z summy 676 wyciągam ścianę kwadratową, która ukaże, iż drabina bydź długa powinna na łokci 26.

Zadanie X. Hetman liczy piechoty 7569, lecz z nich tylko 2240 są uzbroieni w pancerze,

rze,

rze, reszta 5529 bez pancerzy. Chce więc uzbroionemi w pancerze zasłonić bezpancernych, a to w figurę kwadratową. Pytam wielu ma postawić uzbroionych w pancerze w każdym rzędzie po bokach?

Naprzod biorę bezzbroynych liczbę 5329 i wyciągam z niey kwadrat, wypada ściana 73. Powtore wyciągam ścianę z całey liczby piechoty, to iest z 7569, wychodzi ściana 87; toż odciągam iednę ścianę od drugiey wypadnie rożnica 14. tey połowa iest 7. Zaczem bezpancernych stawiać potrzeba w każdym rzędzie, iak ściana wyciągniona pokazuie, po 73; w każdym zaś rzędzie przed niemi po bokach stawiać potrzeba po 7. uzbroionych w pancerze, tak po lewey, iako i po prawey stronie, to iest: połowę rożnicy ścian wyciągnionych. Na probę do 73 przydaię 14. zbroynych w każdym rzędzie postawionych, będzie 87, z tego kwadrat uczyniony da liczbę daną.

II. Przez wyciągnienie ściany sześciograniastey.

Zadanie I. Ma kto kości sześciobocznych 5832. Chce ie ułożyć w figurę sześciogranną. Pytam wiele na każdym boku, to iest: wszerz wzdłuż i wgląb kłaść owych kości powinien?

Wyciągnąwszy z daney liczby ścianę sześciogranną, wypada 18. Tyle tedy na każdym boku kości kłaść potrzeba.

Zadanie II. Pewny myśli kazać wystawić statuę, pyta wiele potrzeba mu sprowadzić rowno-ciosanych kamieni, aby postument do tey statuy był w kostkę na każdy bok 16. kamieni zabieraiący?

Z daney liczby 16 robię sześciogran, i od-

powiadam, iż mu potrzeba sprowadzić kamieni ciosanych 4096.

Zadanie III. Z dyametru kuli żelazney, kamienney, lub ołowianey, ważącey funt ieden, doyść iaki powinien bydź dyameter kuli dwóch funtowey, trzech funtowey i t. d. z tegoż samego materyału?

Daymy, że dyameter kuli funtowey dzieli się na części 10. Robię z tych 10. sześciogran 1000. a rozmnożywszy go przez 2. z produktu 2000 wyciągam ścianę sześciogranną, która mi ukaże, ile takowych części dyameter kuli dwóch funtowey, zamykać w sobie powinien; to iest 12 Toż samo czynię szukaiąc dyametru kuli 3. funtowey, 4. funt: 5. funt: i t.d. to iest mnożę sześciogran 1000. przez 3, 4, 5, a z produktów wyciągam ściany sześciogranne, te pokażą dyameter na kulę 3. 4. lub 5, funtową.

Zadanie IV. Rura armatna szeroka na dwa cale, wyrzuca kulę funtową. Gdyby dziura owey armaty była na 4. cale; pytam iak wielką kulę wyrzucićby mogła?

Z całów dwóch robię sześciograny, i tak sobie postępuię: ieżeli 8. daie 1, 64 wiele dadzą? Wypadnie 8 funtów; tyle więc ważącą kulę wyrzucić może rura na 4 cale szeroka.

Zadanie V. Gdy straszna zaraza pustoszyła Ateny, obywatele tamteczni udali się do Apollina, pytaiąc, iakimby sposobem to złe od siebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo: iż w ten czas powietrze ustanie, gdy Ateńczykowie ołtarz iego, który był sześciogranny we dwoie powiększą. Stąd sławna urosła kwestya o podwoieniu sześciogranu.

Daymy, że ściana owego sześciogrannego ołta-

ołtarza miała w sobie stop Jeometrycznych 15. Z tey ściany robię kwadrat 225, i rozmnażam go przez 30 ścianę podwoioną. Z produktu 6750 wyięta ściana sześciogranna pokaże, że owego ołtarza podwoionego bok ieden powinien był mieć stop Jeometrycznych $18 + \frac{918}{1026}$.

Ale iuż podźmy do progressyi.

ROZDZIAŁ V.

O skokach liczb, czyli progressyach, i o ich regułach.

§. 1.

O progressyi Arytmetyczney, i Jeometryczney w pospolitości.

1. CO to iest skok liczb, czyli progressya? Progressya albo skok w liczbach, iest to nieprzerwany szereg liczb wielu, w iedneyże do siebie będących proporcyi, i tenże sam wzgląd maiących, n. p: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. i td. iako niżey.

2. Skąd się rodzą skoki liczb, czyli progressye?

Rodzą się z proporcyi ciągłey, w którey drugi termin dwa razy się bierze, raz iako następuiący, drugi raz iako poprzedzaiący, o czem było wyżey, i zowie się śrzedni proporcyonalny. Jeżeli tedy proporcye ciągłe, czyli to Arytmetyczne, n. p: 3. 5. 7. czyli Jeometryczne, n. p: 2. 4. 8. więcey iak trzy terminy w sobie zamykaią, zowią się progressyami, albo skokami liczb.

3. Wie.

3. Wieloraka tedy ieſt progressya czyli proporcya liczb?

Progressya albo skok liczb iest dwoiaki: Arytmetyczny albo wolny, i Jeometryczny albo prędki.

4. Co iest skok Arytmetyczny, albo wolny?

Jest to szereg liczb wielu równo się przewyższaiących iednąż rożnicą albo przewyżką: to iest: kiedy większość lub mnieyszość, któremi się terminy ciągnących się liczb wiążą między sobą, będą też same i iednostayne: n. p.

Rząd 1wszy.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
drugi.	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.
trzeci.	2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.
czwarty.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.
piąty.	35.	30.	25.	20.	15.	10.	5.

W pierwszym rzędzie każdy termin następuiący iednym iest większy nad poprzedzaiący. W drugim rzędzie każdy następuiący dwoma iest większy od poprzedzaiącego, i tam daley.

5. Jak tey rożnicy czyli przewyżki dochodzić trzeba?

Termin pierwszy odciągam od drugiego, albo ktorykolwiek od tuż następuiącego, reszta będzie rożnicą czyli przewyżką, iak w położonych przykładach widzieć można.

6. Skąd i iak rośnie skok Arytmetyczny albo wolny?

Rośnie przydaiąc rożnicę terminów tey liczbie, po ktorey chcę rozciągnąć progressyą. N. p. Chcąc te terminy. 3 5. 7. daley rozciągnąć, dodaię do 7. rożnicę 2. mam 9; do 9 przydaię różnicę 2, mam 11. i tak daley.

7. Co

7. Co iest skok Jeometryczny albo prędki?

Jest to szereg liczb wielu w teyże samey i iednostayney proporcyi rosnących, to iest: w podwoyney, potroyney, poczwotney, i tam daley, to iest: kiedy terminy owe maią między sobą wyraźnie proporcyą ciągłą, wzgląd ten między terminami zachodzący, zowie się skokiem prędkim, czyli Jeometrycznym. Oto przykłady:

Podwoyna.	1.	2.	4.	8.	16.	32.
Potroyna.	1.	3.	9.	27.	81.	243.
Poczworna.	1.	4.	16.	64.	256.	1024.
Pięciorna.	1.	5.	25.	125.	625.	3125.

8. Co to iest progressya podwoyna, co potroyna, poczworna i t. d.

Podwoyna iest, w którey mianownik czyli wieloraz, albo wykazownik iest 2. Potroyna w którey 3. Poczworna w którey 4; i tam daley.

9. Co to iest ten mianownik, iak się dochodzi czyli poznaie?

Mianownik w progressyi Jeometryczney iest to ta liczba, po którey poznaiemy wzgląd proporcyi między liczbami zachodzący.

Dochodzi się zaś tak: liczbę następuiącą dzielę przez poprzedzaiącą; wieloraz będzie mianownikiem. Tak w pierwszym rzędzie, dzieląc 2 przez 1, albo 4 przez 2. albo 8 przez 4, zawsze wychodzi mianownik 2. Także w drugim rzędzie dzieląc 3 przez 1, albo 9 przez 3, wypada mianownik 3, i tak daley.

10. Jak rosną terminy progressyi Jeometryczney?

Rosną tak: termin ostatni, po którym mam

rozciągnąć progressyą, mnożę przez mianownika, produkt będzie terminem następuiącym, n. p. Chcąc rozszerzyć skok podwoyny 6. terminów maiący, termin ostatni 32 mnożę przez 2. wychodzi produkt za termin następuiący siodmy 64, i tak daley. (p)

11. Na co się zdadzą te obiedwie progressye czyli skoki liczbowe?

Na to, ażebyśmy wszystkich terminów, ilekolwiek ich bydź może, szereg krótko i łatwo bez uprzykrzonego, zwłaszcza w przydłuższych rachunkach, dodawania, w jedną summę znieść mogli.

Już nieco obszerniey o własnościach, i pożytku obudwu tych progressyi w szczególności pomowmy.

§. 2.

O skoku wolnym czyli Arytmetycznym

12. KTóre są Prawidła, na których się wszystkie reguły progressyi Arytmetyczney zasadzaią?

Te trzy następuiące:

Prawidło I. W progressyi Arytmetyczney z wielukolwiek terminów składaiącey się, summa terminów skraynych, to iest zebranie w jednę kwotę pierwszego i ostatniego terminu rowna

---

[p] Wiedzieć potrzeba, iż terminy proporcyi Jeometryczney pięciorako odmieniać można bez naruszenia proporcyi liczb, to iest: wspak ie obracaiąc, przemieniaiąc, składaiąc, rozmnażaiąc i dzieląc. Niech będą te terminy proporcyonalne: 1. 2. 4. 8. Wspak ie obracaiąc stać będą tak: 2. 1. 8. 4. przemieniaiąc tak: 1. 4. 2. 8. Składaiąc, czyli dodaiąc tak: 1 + 1. 2. 4. + 4. 8. Taż sama będzie proporcya mnożąc, lub dzieląc terminy proporcyonalne przez iednęż liczbę.

wna się summie dwoch terminów, od tychże krain równie odległych. Tak w sześciu następuiących terminach skoku wolnego:

2. 4. 6. 8. 10. 12.
2. † 12. = 4. † 10. = 14.
2. † 12. = 6. † 8. = 14.

Prawidło II. W progressyi Arytmetyczney, którey terminy nie są do pary, summa kraynych terminów, albo dwóch którychkolwiek, równie od krain odległych, dwa razy większa iest nad śrzedni termin. Tak w następuiącey progressyi:

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

Summy 2. † 14; 4. † 12; 6 † 10 zawsze dwakroć są większe od 8. liczby we śrzodku daney progressyi zostaiącey.

Prawidło III. W każdey progressyi Arytmetyczney, termin którykolwiek wzięty, zamyka w sobie termin pierwszy, to iest: termin naymnieyszy i przewyżkę, która między temiż terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile iest terminów od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następuiącym skoku:

3. 6. 9 12. 15. 18.

Termin trzeci tego skoku 9 zamyka w sobie pierwszy termin 3 i przewyżkę 3, która tu między terminami zachodzi, dwa razy wziętą tak: 9 = 3 † 3 † 3 = 9. Podobnie 12. termin czwarty, zamyka w sobie pierwszy 3 i przewyżkę 3, trzy razy wziętą; gdyż 12 = 3 † 3 † 3 † 3 = 12. i t. d.

3. Jaki wniosek i pożytek z tego trzeciego prawidła wypływa?

Ten niezawodny: iż ieżeli przez przewyżkę, między terminami skoku Arytmetycznego zacho-

zachodzącą, rozmnożę liczbę terminów wszystkich, prócz pierwszego, a do produktu dodam termin pierwszy naymnieyszy, to mi w owey progressyi wypadnie termin naywiększy. Tak w ostatnim przykładzie przez przewyżkę 3, rozmnożywszy liczbę terminów, których tu iest prócz pierwszego 5, a do produktu dodawszy pierwszy naymnieyszy termin 3, będę miał 18, termin naywiększy w daney progressyi; gdyż 3 X 5 = 15, a 3 = 18. Oczem ieszcze będzie niżey.

14. Wiele rzeczy w każdey progressyi czyli skoku Arytmetycznym zważać potrzeba?

Te pięć następuiące: I. Termin naymnieyszy. II. Termin naywiększy. III. Liczbę terminów. IV. Pospolitą przewyżkę. V. Summę terminów daney progressyi. Tyle więc wypływa reguł na wzmiankowanych liczb czyli terminow wynalezienie.

ZADANIE I.

15. Gdy będą dane naymnieyszy i naywiększy, to iest pierwszy i ostatni w progressyi Arytmetyczney terminy, i liczba wszystkich terminów, iak się znayduie wszystkich tych terminów summa ieneralna?

Reguła. Do terminu naymnieyszego przydaie się naymnieyszy, a summę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminów, produkt stąd wypadaiący ukaże summę ieneralną całey owey progressyi.

Przykład Chcę wiedzieć wiele czynią wszystkie uderzenia godzin Zegaru Rzymskiego począwszy od pierwszey godziny do dwunastey, w pro-

w progressyi liczb Arytmetyczney porządkiem naturalnym idących: 1. 2. 3. 4. i t. d.

W tey progressyi naymnieyszy termin iest 1. naywiększy 12, wszystkich oraz progressyi terminow iest 12. Zaczem podług daney reguły, naymnieyszy termin 1. przydawszy do naywiększego 12, będzie 13, którą summę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminów, to iest: przez 6. tak: 13 X 6. mam produkt 78, który mi ukazuie wszystkie uderzenia godzin zegaru, od pierwszey aż do dwunastey. Ten produkt 78 podwoiwszy będę miał uderzenia przez cały dzień naturalny 156.

Reguła ta zasadza się na Praw: I. w którym pokazaliśmy, że summa terminów kraynych równa iest którymkolwiek dwom terminom od tychże krain równie odległym, a zatem produkt z pierwszego i ostatniego terminu, przez połowę terminów rozmnożonego, koniecznie rowny bydź musi summie wszystkich terminów w wolney progressyi będących. Multyplikacya bowiem iest to Addycya kilkakroć powtorzona.

Sząd wypływa, iż summę całey progressyi wolney można ieszcze mieć: *Naprzod*: połowę summy z pierwszego i ostatniego terminu zebraney, przez liczbę wszystkich terminów mnożąc. *Powtore*: Summę pierwszego i ostatniego terminu przez całą liczbę terminów rozmnożywszy, produkt ten przez 2, dzieląc.

Kiedy zaś terminy w progressyi Arytmetyczney trafią się nieparzyste, w ten czas podług *Praw: II.* przez termin śrzedni rozmnożywszy

żywszy liczbę terminów nieparzystych, pro̅dukt da summę wszystkich terminów progressyi wolney. W tym bowiem Praw: III. pokazaliśmy, iż termin śrzedni równy iest połowie summy z pierwszego i ostatniego terminu zebraney.

ZADANIE II.

16. Gdy będą dane terminy naymnieyszy i naywiększy, i liczba terminów, iak się znayduie przewyżka między terminami owey progressyi zachodząca?

Reguła. Od naywiększego terminu odciąga się naymnieyszy, a reszta dzieli się przez liczbę terminów iednym zmnieyszoną. Wieloraz ukaże przewyżkę między terminami skoku zachodzącą.

Przykład. Jest Woysko w tryanguł uszykowane, którego pierwszy, to iest: naymnieyszy rząd 2 żołnierzy zabiera, ostatni rząd czyli naywiększy termin zabiera 120. Niechay będzie 60 rzędów; pytam iaka między temi rzędami zachodzi przewyżka? to iest: wielu żołnierzami ieden rząd drugi przechodzi, czyli przewyższa?

Od naywiększego tedy terminu 120, odciągam naymnieyszy 2, a resztę 118 podzieliwszy przez liczbę terminów iednym zmnieyszoną, to iest; przez 59; Wieloraz 2 pokazuie zachodzącą przewyżkę, to iest: iż każdy następuiący termin od poprzedzaiącego 2 iest większy.

Reguła ta gruntuie się na Praw: III. Bo 120 zamyka w sobie naymnieyszy termin 2 i nad

to

to przewyżkę 2, tyle razy wziętą, ile iest terminów w progressyi, począwszy od 1. aż do 120, to iest: zamyka 59 razy tę przewyżkę 2, co uczyni 118; przydaiąc pierwszy termin 2, będzie 120. A zatem odciąwszy termin naymnieyszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyżkę, ile iest terminów progressyi zmnieyszonych 2; więc resztę owę podzieliwszy przez liczbę terminów iednym zmnieyszoną, wypaść powinna przewyżka między terminami zachodząca.

ZADANIE III.

17. Gdy bądą dane terminy naymnieyszy i naywiększy, i przewyżka, iak się znayduie liczba wszystkich terminów?

Od naywiększego terminu odciągam naymnieyszy, a resztę podzieliwszy przez przewyżkę, wieloraz iednym powiększony, ukaże wszystkich terminów liczbę.

Przykład. Jubiler pewny przedaie kilka pereł, pierwszą n. p. za 4 talery bite, drugą za 10, i tak daley postępuiąc przez przewyżkę 6. aż do ostatniey, którą przedał za 478 talerów bitych. Pytam, wiele miał wszystkich pereł?

Odciągam termin naymnieyszy 4 od naywiękzego 478, a resztę 474 podzieliwszy przez przewyżkę 6, wypada 79, do tego przydawszy 1, mam 80, liczbę terminow, czyli pereł sprzedanych.

Reguła ta gruntuie się na Praw: III.

ZADANIE IV.

18. Gdy będą dane termin naymnieyszy, przewyżka, i liczba terminów, iak się znayduie termin naywiększy?

Dana liczba terminów iednym zmnieyszona przez przewyżkę rozmnaża się, do tego produktu dodawszy termin naymnieyszy, summa stąd wynikaiąca będzie naywiększym terminem.

Przykład. Ośmiu ubiegaiącym się do mety wyznaczono nadgrody tak, aby ten, który ostatni do mety dobieży, wziął 4 złote, przed ostatni 7, przed przedostatni 10. i tak daley w progressyi przez przewyżkę 3 rosnącey. Pytam, wiele się temu należy, który pierwszy do mety dobiegł?

Przez przewyżkę tedy 3 mnożę liczbę terminow 8 — 1, to iest 7; wychodzi produkt 21, przydawszy do niego termin naymnieyszy 4, mam w pomienioney progressyi termin naywiększy 25. Tyle więc pierwszy nadgrody weźmie.

Ta reguła zasadza się na Praw: III.

Tymże samym sposobem dochodzi się iakikolwiek inszy termin zamierzony, czyto piąty, czy siodmy i t. d.

ZADANIE V.

19. Gdy będą dane termin naywiększy, liczba terminów, i przewyżka, iak się termin naymnieyszy wynayduie?

Dana przewyżka mnoży się przez liczbę

czbę terminów iednym zmnieyszoną, a produkt odciągnąwszy od terminu naywiększego wypadnie termin naymnieyszy.

Przykład Rzemieślnik podiął się pewney roboty pod tą kondycyą, aby mu codziennie pięcią groszy przyczyniano na płacą dnia pierwszego, dopokiby roboty nieskończył. Robił on dni 15. i wziął dnia ostatniego od roboty dzienney groszy 100. Pytam ile wziął dnia pierwszego.

W tym przykładzie przewyżkę 5 rozmnażam przez liczbę terminòw iednym zmnieyszoną 15 — 1, to iest przez 14, a produkt 70 odciągam od terminu naywiększego 100, wypada naymnieyszy termin 30. Tyle więc groszy wziął dnia pierwszego. Przez wszystkie zaś dni podług reguły pierwszego zadania, zarobił gr: 975. czyli zł: 32. gr: 15.

Ta reguła zasadza się na Praw: III.

§. 3.

O skoku prędkim, czyli progressyi Jeometryczney.

20. KTóre są Prawidła, na których się reguły Jeometryczney progressyi zasadzaią?

Dwa następuiące:

Prawidło I. W każdey progressyi Jeometryczney, ieżeli dwa iakiekolwiek terminy między sobą rozmnożone będą, a produkt przez pierwszy termin progressyi podzielony będzie, za wieloraz wypadnie termin tyle mieyscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności zamykaią w sobie wskazowniki razem wzięte obudwu terminòw rozmnożonych.

Te zaś wskzowniki (*indices*) nie co innego są, tylko liczby porządkiem naturalnym, pod każdym progressyi Jeometryczney terminem napisane, zaczynaiąc od zera: tak 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. i t. d. Y tak w następuiącey progressyi, napisawszy pod każdym terminem progressyi liczby naturalne, zaczynaiąc od zera:

3. 6. 12. 24. 48. 96. i t. d.
0. 1. 2. 3. 4. 5.

Jeżeli rozmnożę między sobą dwa którekolwiek terminy, n. p. 6. X 48, a produkt 288 podzielę przez termin pierwszy 3, będę miał za wieloraz termin: 96, który w tey progressyi pięcią mieyscami od pierwszego terminu iest odległy, iako wskazowniki rozmnożonych przez się terminów 1 † 4 = 5, ukazuią. Liczby więc te pod terminami skoku Jeometrycznego położone, zowią się wskazuiące, albo wskazowniki, bo nam wskazuią, iak daleko każdy termin odległy iest od terminu pierwszego. Wskazuią zaś mieysce, czyli liczbę terminów iednością zmnieyszoną. Tak: 48, których wskazownik iest 4, są piątym terminem progressyi. Na co pomnieć, wiele pomoże do zadań rozwięzywania.

Prawidło II. W każdey progressyi Jeometryczney podwoyney, naywiększy termin, wyiąwszy z niego pierwszy, równy iest wszystkim innym terminom razem wziętym. W progressyi zaś potroyney, naywiększy termin, wyiąwszy z niego pierwszy, iest dwa razy większy nad wszystkie inne terminy razem zebrane, i t. d. Tak n. p. w tey progressyi: 1. 2. 4. 8. 16, odciągnąwszy termin naymnieyszy 1 od

nay-

naywiększego 16, zostaie się 15. Te 15 równe są wszystkim terminom razem zniesionym : 1 † 2 † 4 † 8 = 15.

ZADANIE I.

21. Gdy danych będzie kilka terminów progressyi Jeometryczney, iak się znayduie termin naywiększy, albo inny którykolwiek, niedochodząc nawet terminów śrzednich?

Reguła Potrzeba dwa terminy albo i więcey w owey progressyi mnożyć między sobą, ale takie, którychby wskazowniki wraz wzięte zamykały w sobie tyle iedności, iedną mniey, ile ich ma ta liczba, nad którą terminu szukam, produkt stąd wynikaiący podzieliwszy przez termin pierwszy, wieloraz pokaże termin, którego szukam.

N. p. Niech będą dane następuiące terminy progressyi Jeometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160. it. d.
0. 1. 2. 3. 4. 5.

W którey progressyi chcę znaleść termin szesnasty. Wskazownik tego terminu będzie 15, to iest liczba iednym mnieysza od mieysca terminu zamierzonego.

Biorę więc n. p. termin szosty 160, którego wskazownik 5 dwa razy wzięty czyni 10. Mnożę te 160 przez siebie same, to iest 160 X 160, wypada produkt: 25600, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz 5120 termin iedenasty, którego wskazownik iest 10. Ten iedenasty termin 5120, mnożę znowu przez termin szosty 160, maiący wskazownika 5, wychodzi

produkt: 819,200, który podzieliwszy przez termin pierwszy, mam za wieloraz 163840. termin szesnasty, którego wskazownikiem będzie liczba 15, iednym mnieysza od mieysca terminu zamierzonego. Gdyż wskazownik 10 † 5 = 15. Mam więc termin szesnasty znaleziony 163840 z liczbą wskazuiącą, czyli wskazownikiem 15.

Albo też tenże termin szesnasty tak wynayduię: Biorę dwa terminy n. p. 40 i 160, pod któremi wskazowniki wraz wzięte czynią 8, to iest: 3 † 5 = 8, i rozmnożywszy 40 przez 160, produkt 6400 przez pierwszy termin 5 podzieliwszy, będę miał termin 9ty 1280 z wskazownikiem 8. Potem wynaleziony termin 9ty 1280 mnożę przez 20, to iest przez termin trzeci, wypada produkt 25600, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz iedenasty termin 5120 z wskazownikiem 10 Bo wskazownik 8 † 2 = 10. Naostatek, ażebym miał termin szesnasty z wskazownikiem 15, termin iedenasty dopiero znaleziony 5120, mnożę przez termin szosty 160, który pod sobą ma wskazownika 5, to iest 5120 X 160, wychodzi produkt 819200. który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz 163840, ukaże mi termin szesnasty z wskazuiącą liczbą 15.

Jeżeli ieszcze chcę szukać terminu dalszego w teyże samey progressyi, n. p. 29, mnożę termin, iedenasty 5120 przez 163840 termin szesnasty, a produkt: 838860800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wypadnie termin 26sty: 167772160 z wskazownikiem 25. Bo wskazownik 10 † 15 = 25. Potem wy-

nale-

naleziony termin 26sty: 167772160 mnożę przez termin czwarty 40 który ma wskazownika 3. (termin bowiem 29ty powinien mieć wskazownika 28, a zaś 25 † 3 = 28) po uczynioney multyplikacyi wypada produkt: 6710886400, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz 1342177280 ukazuie mi termin 29ty teyże progressyi z wskazownikiem 28. Tym sposobem znayduią się terminy choćby nayodleglеysze. Krótko mowiąc: toż samo iest szukać w daney progressyi terminu n. p. 54, co szukać terminu takiego, któregoby wskazownik był 53, iednym mnieyszy od mieysca terminu, którego szukam.

Ten drugi sposob, wynalezienia ktoregokolwiek w daney progressyi terminu, iest dokładnieyszy i lepszy; bo pierwszy tę ma wadę, iż nie na każdy skok zamierzony służy; gdyż czasem termin zamierzony przenosi, a czasem niedociąga: Doświadczaiący łatwo to poznać może.

Reguła ta zasadza się na Praw: I. Każdy bowiem wieloraz z multyplikacyi, i dywizyi dwóch terminów wynikaiący, tylu mieyscami odległy bydź powinien od terminu pierwszego, ile iedności zamykaią w sobie wskazujące liczby, czyli wskazowniki razem wzięte, obudwu terminów między sobą rozmnożonych.

ZADANIE II.

22. Gdy będą dane termin naymnieyszy, naywiększy i mianownik progressyi Jeometryczney, iak się wynayduie ieneralna summa wszystkich terminów?

Od terminu naywiększego odciąga się naymnieyszy, a resztę podzieliwszy przez mianownika progressyi iednym zmnieyszonego, i do wieloraza przydawszy termin ostatni, wypadnie ieneralna summa wszystkich terminów razem zebranych.

Przykład. Przedaie kto konia na cztery nogi kowanego; nic więcey za niego nie chce, tylko zapłaty za same ufnale, których się w podkowach znayduie 24. Ale w ten sposób: aby mu za pierwszy ufnal dano 2, gr: za drugi gr: 4, za trzeci gr: 8, za czwarty 16, i tak i daley w podwoyney progressyi Jeometryczney. Pytam iaka summa gr: wypadnie za tego konia?

Znalazłszy ostatni termin w tey progressyi, przypadnie za ostatni czyli 24ty ufnal groszy 16,777,216. Od tego więc ostatniego terminu w progressyi Jeometryczney odciągam termin pierwszy 2, a resztę 16,777,214. podzieliwszy przez mianownika iednym zmnieyszonego, to iest przez 2—1, lecz że 1 liczb nie dzieli, mam za wieloraz tęż samę summę: 16,777,214 do którey przydawszy ostatni w progressyi termin 16,777,216, wypadnie summa ieneralna groszy: 33,554,430, którą podzieliwszy przez 30 gr: będzie miał cenę owego konia złotych 1,118,481.

Okazanie tego działania. W każdey progressyi Jeometryczney, iak się ma mianownik iednym zmnieyszony do iednego, tak się ma naywiększy termin naymnieyszym terminem zmnieyszony, do summy ze wszystkich terminów w progressyi zebranych, wyiąwszy tenże sam termin ostatni. Tak n. p. dawszy na

stępu-

stępuiącą progressyą Jeometryczną w proporcyi potroyney : 3. 9. 27. 81 ; będzie się miał mianownik 3 iednym zmnieyszony do 1. to iest: 2. 1. iak się ma termin naywiększy zmnieyszony terminem naymnieyszym, to iest : 81 — 3 = 78, do całey summy progressyi, wyiąwszy tenże sam ostatni termin, to iest do 3 + 9 + 27 = 39.

2. 1 : : 78. 39.

Zaczem podzieliwszy 78 przez 2, mam 39; do tych 39 dodawszy ostatni termin 81, mam 120. summę wszystkich terminów w owey progressyi będących.

23. W progressyi Jeometryczney podwoyney iak łatwiey i krócey summę znaleść można ?

Znayduie się łatwo tym sposobem : Ostatni termin podwaiam, a od produktu odciągam termin pierwszy. Tak w wspomnionym o ufnalach przykładzie, termin ostatni 16,777,216 podwoiwszy, a od produktu termin pierwszy 2 odciągnąwszy, mam summę gr: tęż samę, co i pierwey : 33,554,430, czyli zł: 1,118,481. Przyczyna tego ta iest oczywista : iż w tey mierze mianownik 2 iednym zmnieyszony iest 1, który liczby dzielić nie może. Zaczem dodać do wieloraza ostatni termin, iest to wziąść go dwa razy, czyli podwoić.

Na wynaydowanie naymnieyszego terminu, liczby terminów, i mianownika, czyli względu między terminami zachodzącego, nie kładziemy sposobu, ani reguł ; gdyż prawie zawsze termin naymnieyszy i liczba terminów w progressyi Jeometryczney wiadome daią się ; a na wynalezienie pospolitego mianowni-

ka

ka, czyli względu między terminami zachodzącego, sposób iuż wyżey podaliśmy, mówiąc w powszechności o progressyi Jeometryczney.

§ 4.

Zamyka w sobie niektóre ciekawe przykłady, które się przez progressye rozwiązuią.

I. Przykłady na progressyą Arytmetyczną.

I. Rzemieślnik pewny skończywszy znaczne dzieło za dni 30, odebrał umówioną nadgrodę; i spytany od przyiaciela, ileby zyskał, odpowiedział: iż pierwszego dnia wziął zł: 1 drugiego 5, i tak daley w progressyi Arytmetyczney. Pytam się, ile wziął dnia ostatniego i wiele przez wszystkie dni zyskał?

Znalazłszy termin ostatni, mam dnia ostatniego płacą złotych 117. A znalazłszy summę wszystkich terminów, mam cały iego zarobek złotych 1770.

II. Hetman pewny zdobycz przy dobyciu miasta wziętą, każe dzielić między 40. żołnierzy, którzy pierwsi wpadli do fortecy, z tą kondycyą: ażeby ostatni wziął zł: 100, przedostatni złot: 130, trzeci od końca 160, i tak daley w progressyi z przewyżką 30. Pytam, ile się pierwszemu z nich dostało?

Termin naywiększy iest 1270; tyle więc temu dostało się, który pierwszy wszedł do fortecy.

III. Zakupił Księgarz pewną liczbę ksiąg, tak: iż za pierwszą księgę dał gr: 2, za drugą gr: 4, za trzecią 6, i tak daley w progressyi przez 2 rosnącey; za ostatnią księgę zapłacił gr: 400. Pytam, ile wszystkich ksiąg kupił?

Zna-

Znalazłszy liczbę terminów, mam 100 książek, które księgarz zakupił.

IV, Pan pewny mocno zachorowawszy, daie pewną kwotę pieniędzy, aby w ten sposob między ubogich rozdane były: dnia pierwszego choroby 1 zł: drugiego 4, trzeciego 7, i tak daley codzień trzema złotemi więcey. Ostatnim razem dano zł: 28. Po rozdaniu wszystkich pieniędzy przychodzi Pan do zdrowia. Pytam, ile dni chorował?

Znalazłszy liczbę terminów, mam 10 dni, przez które ów Pan chorował, wszystkich zaś pieniędzy wydano złot: 145.

V. Chcę wiedzieć, iak wielka iest summa wszystkich minut, rachuiąc od godziny pierwszey do godziny 12, w progressyi przez przewyżkę 60 rosnącey:

Terminy tak stać będą: naymnieyszy iest 60. 120. 180. 240. i t. d. Ostatni termin iest 720 Summa więc wszystkich minut iest ta 4680.

VI. Pewny kazał sobie kopać studnią na sążni 16, i obiecał grabarzowi płacić za pierwszy sążeń gr: 25, za drugi 40, i tak daley postępuiąc przez przewyżkę 15stu groszy. Pytam, ile owa studnia kosztować będzie?

Szukam naprzod terminu naywiększego, i mam 250, potem summy, która wypada 2200 gr: albo zł: 73. i gr: 10. Tyle więc owa studnia ma go kosztować.

II. Przykłady na progressyą Jeometryczną.

I. Pan maiący roczney intraty milion złot: Polskich, chcę arendować drugiemu wszystkie dobra, z tym tylko warunkiem; ażeby mu co rok za ieden cały miesiąc wypłacił arendę, za

pier-

pierwszy dzień zł: 1, za drugi zł: 2, za trzeci zł: 4, i tak daley w progressyi podwoyney Jeometryczney, aż do dnia 30stego. Pytam ile wyniesie summa, którąby za cały miesiąc w jednym roku wypłacić potrzeba?

Znalazłszy ostatni termin 30sty 536,870912, łatwo znayduię summę za cały miesiąc złotych Polskich: 1,073,741,823.

II. Scheramus Król Indyi pewnemu Indyyczykowi imieniem Dahir, który wynalazł grę szachów, dał na wolą obrania sobie iakieyby chciał nadgrody: On o nic więcey nie prosił, tylko ażeby mu iedno ziarno pszenicy na pierwszym kwadracie w szachownicy położone, w proporcyi Jeometryczney podwoyney na każdy kwadrat dawano, aż do ostatniego, to iest do 64. kwadratu. Bardzo mała nadgroda zdała się bydź Królowi; lecz gdy Arytmetycy w rachunek pszenicy weszli pokazało się, że ani w Państwie owego Króla, ani na całym świecie, tak wiele pszenicy znaleść się nie może, to iest ziarn: 18,446,744,073,709,551,615

§. 5.

O skoku liczby cudownym, czyli o Regule kombinacyi.

24 Co iest reguła kombinacyi?

Reguła kombinacyi iest ta, która uczy wiele razy rzeczy iakie mogą odmienić mieysce swoie, czyli porządek. Bywa używana w mieszaniu liter, słów, w rozsadzaniu gości, iako i w szukaniu anagramatów iakiego słowa. (q)

25.

(q) Anagramma, iest to słowo, z inszego zrobione, liter bynaymniey nie opuszczaiąc, lecz tylko przerzu-

25. Jak tedy poznać można, wiele razy rzecz iaka mieysce swoie odmienić może?

Następuiącym sposobem: ile iest rzeczy, tyle piszę naturalnym porządkiem liczb, zaczynaiąc zawsze od 1; potem mnożę produkt liczby poprzedzaiącey, przez liczbę następuiącą, w rzędzie nieprzerwanym zostaiącą i t. d. Przykłady rzecz tę lepiey obiaśnią.

N. p. Chcę wiedzieć, wiele razy 8 mogą się odmienić? Piszę więc liczby tak:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	2.	6.	24.	120.	720.	5040.	40320.

Rozmnażam naprzod 1 przez 2, i piszę ie pod 2; te zaś 2 rozmnażam przez następuiącą liczbę 3 w rzędzie naturalnym będącą, wychodzi 6, które piszę pod 3, tyle razy trzy odmieniać się mogą. Potem 6 przez następuiącą liczbę 4 rozmnażam, a produkt 24. piszę pod 4, i tyle razy mieysce swoie odmieniaią 4. Toż 24 rozmnażam przez następuiącą u wierzchu liczbę 5, produkt 120 piszę pod 5. To tedy 5, może mieysce odmienić 120 razy; i tak daley postępować trzeba przez multyplikacyą. Krótko mowiąc: produkt każdy pod liczbą naturalną postawiony pokazuie, wiele razy liczba owa, lub rzecz odmienić się może.

Przykład I. Chcę wiedzieć wiele razy 4 osoby mogą inszym a inszym porządkiem usieść?

Wypada, iak wyżey pod 4, produkt 24. Tyle więc razy te 4 osoby coraz inszym porządkiem usieść mogą. Oto dowod tego na literach: m. d. c. b.

m. d. c b

---

caiąc. N. p. Jan *anagramma* ani; masło *anagr:* słoma, smoła; Roża *anagr:* oraz i t. d.

m d c b	d m c b	c m d b	b m d c
m d b c	d m b c	c m b d	b m c d
m c d b	d c m b	c d m b	b d m c
m c b d	d c b m	c d b m	b d c m
m b d c	d b m c	c b m d	b c d m
m b c d	d b c m	c b d m	b c m d

Dwadzieścia cztery razy.

Sześć zaś Osob mogłyby inakszym zawsze sposobem siadać do stołu 720 razy, iak wyżey masz pod liczbami naturalnemi.

Przykład II. Chcę wiedzieć z 10 kwiatów wiele razy wianek uwić można, co raz inakszym, a inakszym sposobem?

Pod liczbą 10 wypadnie produkt: 3628800. Więc tyle razy z 10 kwiatów wianek ów co raz inaczey, a inaczey odmieniaiąc i przerzucaiąc kwiaty, wić można.

Jeżeli zaś chcę wiedzieć, wiele razy parzyć się mogą rzeczy iakie z sobą, następuiące pytanie sposob ukaże.

26. Jak dochodzić potrzeba, wiele razy mogą się parzyć dane rzeczy?

Tym sposobem: Daną liczbę rzeczy rozmnażam przez naybliższą mnieyszą, produktu połowica ukaże liczbę par.

N. p. Niech będzie osob 6, które chcę parzyć z sobą, co raz inaczey. Pytam, wiele par różnych mieć mogę?

Rozmnażam tedy 6 przez 5 liczbę naybliższą mnieyszą od sześciu, produktu 30 połowica 15 pokazuie, iż osob 6, 15 razy parzyć się mogą, tak aby żaden dwa razy nie był z drugim; iak widzieć można w literach sześciu: A. B. C. D. E. F. parzenie.

A B	B C.	C D	D E.	E F.
A C	B D.	C E	D F.	
A D	B E.	C F		
A E	B F.			
A F				15 razy.

Bo w pierwszey kolumnie iest par 5, w drugiey 4, w trzeciey 3. w czwartey 2, w piątey 1, które dodawszy: 5 † 4 † 3 † 2 † 1 uczynią 15.

PRZYDATEK UZYTECZNY.

Sposob łatwy redukowania Czerwonych Złotych po złot: 16. gr. 22 i ½.

Chcę n. p. sprowadzić czerw: złotych 20 na złote.

Naprzod do danych czer: zł: 20, dodaię o, będzie - - - 200.
Powtore biorę tey liczby połowę - - 100.
Potrzecie piszę dane do zredukowania - 20.
Poczwarte biorę połowę dwudziestu - 10.
Popiąte biorę połowę dziesięciu - - - 5.
podkreślam
Dodaię te liczby, wypada - - 335.

Przykład drugi. Chcę ieden czerw: złoty sprowadzić na złote.

Dodaie o, będzie - - 10.
Biorę tey liczby połowę - 5.
Dany czerw: zł: piszę - 1.
Połowa iednego - 15.
Połowa połowy - - - 7½.

Dodaię te pięć liczb, będzie zł: 16 gr: 22 i ½.
Ten przykład ukazuie oczywiście niezawodność tego sposobu.

Ponie-

Ponieważ pierwsze trzy liczby wyższe oznaczaią rozmnożenie danych Czer: złotych przez 16, więc można także dane Czer: zł: mnożyć przez 16, a do tego produktu dodać naprzod połowę, potem tey połowy połowę, wypadnie cały produkt.

N. p. Mam redukować 4. Czerw: złote:

Piszę	-	-	- 4.
Rozmnażam przez 16	-	-	16.
Mam produkt.	-	-	- 64.
Do produktu kładę połowę czterech			- 2.
Znowu tey połowy połowę		-	- 1.
Dodaie te trzy liczby, będzie:		-	- 67.

Co iedno iest, iakbym pierwszym sposobem rozmnażał; doświadczaiący uznać to musi.

Niezawodność tego sposobu tak się okazuie. Aby dobrze redukować Czerwone złote po złot. 16, gr: 22 i $\frac{1}{2}$, trzeba dane do sprowadzenia czerw: złot: pomnażać przez złot. 16, gr: 22 i $\frac{1}{2}$; Otoż takoweż odprawnie się mnożenie pomienionym sposobem. *Naprzod* Kiedy dodaię o, iedno iest iakbym ten 1. rozmnażał przez 10, więc iuż mam dany do redukcyi czer. zł: 1 rozmnożony przez dziesięć. *Powtore* Kiedy biorę tey liczby, do którey się dodało o, to iest 10 połowę, czyli 5, iedno iest iakbym czerw: złot: rozmnażał przez 5, bo dodawszy do 10 pięć, czyni 15. *Potrzecie.* Kiedy kładę dane czer. zł: iak w drugim przykładzie 1, iedno iest, iakbym ten pierwszy 1 z zerem pomnażał przez 16, ponieważ do 10 dodawszy pięć i iedno, uczyni 16; Więc iuż mam w tych trzech liczbach rozmnożony czerw: złot: przez 10. przez 5. przez

1.

1. czyli przez 16. Trzeba ieszcze rozmnażać przez gr: 22 i ½, czyli przez trzy osmaki, to iest przez trzy części złotego; Zaczem kiedy biorę połowę 1, tym samym biorę dwie części, abym tedy ieszcze iednę część wziął trzeba mi brać tey połowy połowę, czyli osmak ieden ze dwoch. Wiec trzy części złotego iest gr: 22 i ½. Przykład drugi należycie to obiaśnia.

Jeżeli tym sposobem sprowadzaiąc czer: zł: czwarta liczba będzie taka, ktora nie może się podzielić na pół, ale zbędzie 1, to tego iednego połowę pisać trzeba na boku, to iest 15, a na piątą liczbę wziąść trzeba połowę i czwartey liczby, i tych 15, to iest 7 i ½.

Przykład. Chcę redukować 7 cz: zł:

Dodaię do 7 zero, będzie -	70.
Biorę połowę siedmiudziesiąt -	35.
Piszę dane czerw: złote - - -	7.
Biorę 7 połowę, będzie 3, i gr: 15. to iest - - -	3. 15.
Biorę znowu połowę 3 i 15, będzie	1. 22.½
Dodaię te liczby, będzie -	117. 7½.

Te liczby tak się dodawać powinny, iak zwyczaynie w Addycyi liczb rożnego gatunku.

KONIEC ARYTMETYKI.

WZOR PISANIA REIESTROW DOMOWYCH. Tablica I.

Dnie	EXPENS PIENIĘZNY.	Złote	Gr:
	ROK PANSKI 1793. STYCZEN.		
	Wikt.		
2	Za miesa funtów 16 -	2	20
4	Za cielęcinę - -	2	-
5	Za iay dwie kopy -	3	20
12	Za trzy kury - -	2	2
25	Za pół fasie masła -	20	-
20	Za iay 70 - - -	2	-
27	Za trzy oka kawy -	20	-
	Tytuł czyni -	52	12
	Rzemieślnicy.		
3	Krawcowi od naprawy żupana	1	20
6	Stolarzowi od zrobienia stołka	1	15
10	Kowalowi od naprawienia kłotki	-	23
30	Szewcowi od podszycia bótów	2	15
	Tytuł czyni -	6	14
	Służący		
3	Annie kucharce kolędy -	3	-
9	Teyże na trzewiki -	3	15
25	Teyże *in vim* zasług -	10	-
26	Służącemu kolędy - -	3	-
31	Tumuż na bóty - -	7	-
	Tytuł czyni -	26	15

Dnie.		Złote	Gr:
	Sprzęty Kuchenne.		
7	Za dwa garki duże i trzy małe	1	9
9	Za dwie miski pobielane	-	15
-	Za noż kuchenny -	1	10
12	Za cztery talerze gliniane polew	1	24
15	Za dwa tygle - -	-	16
26	Za cztery łyżki drewniane -	-	12
	Tytuł czyni - -	5	26
	Sprzęty Ekonomiczne.		
5	Za cztery koła do wozu	10	-
9	Za siekierę - - -	2	10
10	Za wiadro do wody -	1	3
15	Za dwa postronki - -	-	16
	Tytuł czyni	13	29
	Dług.		
16	Długu Jmci Panu N. -	15	-
	Tytuł czyni -	15	-
	Droga.		
20	W drodze dla koni na obrok	5	-
22	W drodze dla ludzi -	2	10
26	Drugi raz dla ludzi -	1	-
	Tytuł czyni -	8	10
	Miesiąc czyni -	128	16

Dnie.	LUTY 1793.	Złote	Gr:
	Wikt.		
1	Za jay 40. - - -	1	10
-	Za dwie kaczki - -	1	24
9	Za mięsa funtów 20 -	3	10
12	Za Jay kop trzy - -	5	20
-	Za Gęś iednę - -	2	12
23	Za łoiu funtów 12 -	6	12
	Tytuł czyni -	20	28
	Rzemieślnicy i Robotnicy.		
4	Krawcowi od naprawy starzyzny	3	15
10	Szewcowi od narządzenia bótów	1	9
15	Dwom młockom za dzień -	2	-
	Tytuł czyni -	6	24
	Sprzęty Kuchenne		
5	Od pobielenia dwóch rądlów	2	15
20	Za trzy fury drew -	4	20
	Tytuł czyni -	7	5
	Obora i Staynia.		
15	Za krowę w Łęczny -	30	-
-	Za parę wołów tamże -	90	-
-	Za konia pięcioletniego tamże	70	-
	Tytuł czyni -	190	-
	Miesiąc czyni -	224	27
	Y tak daley idąc przez Miesiące		

INTRATA ROCZNA.

ROK PANSKI 1793.	Złote	Gr:
Z czynszu od Poddanych wybranego	88	27
Za zboże przedane rożnemi czasy	200	-
Za płotno lniane półsetkowe -	120	-
Za cztery krowy przedane -	70	20
Za wieprzów karmnych pięć -	100	-
Za skóry przedane sztuk 18 -	30	15
Za sady po Folwarkach naięte	60	-
Za iarzyny różne ogrodowe -	40	-
Z Browaru na piwie intraty -	410	9
na gorzałce -	90	15
Za masło przedane - -	80	-
Za serów kop 10. - -	79	20
Za siano, którego przedano brogow 6. - -	480	-
Od młynarza z Arendy młyna	150	-
Summa intraty roczney -	2000	16

EXPENSA ROCZNA.

ROK PANSKI 1793.	Złote	Gr:
Za mięso brane przez rok -	400	-
Za drob na kuchnią przez rok	130	12
Rzemieślnikom na różne potrzeby	180	-
Za różne sprzęty kuchenne -	40	-
Za różne sprzęty Ekonomiczne, iako to: zelaza, smoły, wozy, postronki &c. -	150	-
Za konia, parę wołów i krowę -	190	-
Podstarościemu pieniężney salaryi	160	-
Gospodarzom dwiema we dwóch Folwarkach salaryi po Zł: 40.	80	-
Myta Dziewkom, Parobkom, Pastuchom, z obuwiem i kożuchami	100	-
Za wieprza przykupionego do karmienia - - -	10	4
Kolędy Czeladzi podług zwyczaiu po Złotych 3. - -	9	-
Za nasiona ogrodne w niedostatku domowych - - -	15	10
Summa expensy roczney -	1464	26

Czynsz Chłopski pieniężny na S. Marcin.

ROK PANSKI 1793.	Złote	Gr:
Ze wsi A. od Kmieci 10. z których każdy podług różnego mienia i gruntów daie po Zł: 2. gr. 10.	23	10
Z teyże wsi od Zagrodników 14, z których każdy daie po Zł: 1. gr: 6. - - -	16	24
Ze wsi B. od Kmieci 7. z których każdy daie po Zł: 2. gr: 6	15	12
Od Zagrodników 9. każdy daie po Złot: 1. groszy 4 -	10	6
Ze wsi C. od Kmieci 6. każdy daie po Zł: 2. gr: 15. -	15	-
Od Zagrodników 7. każdy daie po Zł: 1. i gr: 5. - -	8	5
Summa Czynszu Chłopskiego	88	27

Robocizna Chłopska podobnie według mieysca, osady i dawnego zwyczaiu opisana być powinna.

WZOR PISANIA REJESTROW EKONOMICZNYCH. Tablica II.

WYSIEW ZBOZA OZIMEGO.

R. 1792.	PSZENICA.	Korce	Cwiert:	Miary
2 Września.	Wysiano na polu N - -	1	-	2
4 - -	na polu N - -	-	2	3
20 - -	na polu N - -	2	-	-
24 - -	na Folwarku A -	1	3	-
26 - -	na Folwarku B -	2	1	-
3 Październ.	na Folwarku C -	3	2	-
6 - -	na polu N - -	-	3	2
10 - -	na Folwarku A -	1	-	-
- - -	na Folwarku B -	1	1	-
15 - -	w Ogrodzie N -	-	2	1
	Summa wysianey Pszenicy -	15	-	-
	ZYTO.			
5 Września.	Wysiano na polu N. - -	2	-	-
9 - -	na polu N. - -	1	2	-
10 - -	na ogrodzie N .	-	3	2
20 - -	na Folwarku A -	1	2	-
6 Październ:	na Folwarku B -	3	-	-
8 - -	na Folwarku C -	1	3	-
13 - -	na polu N - -	-	2	3
15 - -	na polu N - -	2	1	2
21 - -	na Folwarku B -	5	2	-
25 - -	na polu N - -	1	3	2
	Summa wysianego Zyta	19	-	1

WYSIEW ZBOZA JAREGO.

R. 1793.	ZYTO JARE.	Korce.	Cwiert:	Miary.
26 Kwietnia.	Wysiano na polu N - -	-	2	1
27 - -	na polu N - -	-	1	2
30 - -	na Folwarku A -	1	2	-
2 Maja.	na Folwarku B -	1	1	-
	Summa wysian: Zyta Jarego	3	2	3
	OWIES.			
30 Kwietnia.	Wysiano na polu N - -	2	1	-
4 Maja.	na polu N - -	1	2	-
9 - -	na Folwarku A -	3	-	2
12 - -	na Folwarku B -	-	3	1
	Summa wysianego Owsa -	7	2	3
	JĘCZMIEN.			
13 Maja.	Wysiano na polu N - -	-	2	1
15 - -	na polu N - -	1	-	-
- - -	na Folwarku A -	1	2	-
17 - -	na Folwarku B -	2	3	2
20 - -	na Ogrodzie - -	-	2	1
	Summa wysianego Jęczmienia	6	2	-
	GROCH:			
6 Maja.	Wysiano na polu N - -	-	2	1
14 - -	na polu N - -	-	1	2
	Summa wysianego Grochu -	-	3	3
	TATARKA.			
9 Maja.	Wysiano na polu N. - -	-	2	1
12 - -	na polu N - -	-	1	2
	Summa wysianey Tatarki -	-	3	3
	I tak daley przez tytuły: Bob, Proso, Len, Rzepak &c.			

ZBIOR ZBOZA.

R. 1793.	PSZENICA.	Kopy	Snopy
30 Lipca	Zwieziono z pola N do gumna	10	12
3 Sierpnia	z pola N - -	6	20
10 - -	z pola N - -	4	6
12 - -	z Folwarku A -	12	30
17 - -	z Folwarku B -	13	24
	Summa zwiezioney Pszenicy	46	32
	ZYTO.		
31 Lipca	Zwieziono z pola N do gumna	7	20
4 Sierpnia	z pola N - -	10	15
8 - -	z Folwarku N -	15	6
11 - -	z Folwarku B -	20	30
13 - -	z Ogrodu N -	9	40
	Summa zwiezionego Zyta	62	51
	JĘCZMIEN.		
5 Sierpnia	Zwieziono z pola N do gumna	5	7
9 - -	z pola N - -	10	15
14 - -	z Folwarku N -	9	30
16 - -	z Folwarku N -	12	50
20 - -	z pola N - -	6	20
	Summa zwiezionego Jęczmien:	44	2
	OWIES.		
19 Sierpnia	Zwieziono z pola N - -	12	15
38 - -	z pola N - -	10	20
2 Września	z FolWarku N -	7	30
	Summa zwiezionego Owsa	30	5
	I tak daley przez tytuły: Groch, Tatarka, Proso &c.		

OMŁOT ZBOZA. / PLON ZIARNA.

R. 1793.	PSZENICA.	Kopy	Snopy		Korce	Cwier:	Miary
2 Paźdz:	Wymłocono na Folwarku A	6	30	- -	7	2	2
5 - -	na Folwarku B	10	-	- -	12	3	-
7 Listop:	na Folwarku C	9	40	- -	10	1	3
10 - -	na Folwarku D	3	20	- -	4	2	-
15 - -	na Gumnie -	15	-	- -	17	-	2
	Summa wymłoc: Pszenicy	44	30	Summa Plonu	52	1	3
	ZYTO.						
4 Paźdz:	Wymłocono na Folwarku A	10	20	- -	11	-	-
16 - -	na Folwarku B	15	10	- -	14	3	2
20 - -	na Gumnie -	12	30	- -	3	-	2
6 Listop:	na Folwarku C	11	40	- -	12	2	-
20 Grud:	na Folwarku D	6	50	- -	6	3	1
	Summa wymłoconego Zyta	56	30	Summa Plonu	58	1	1
	JĘCZMIEN.						
7 Listop:	Wymłocono na Folwarku A	3	10	- -	4	2	-
12 - -	na Folwarku C	10	-	- -	13	1	2
20 - -	na Gumnie -	12	-	- -	15	-	3
2 Grud:	na Folwarkn B	6	30	- -	7	3	1
7 - -	na Folwarku D	4	40	- -	6	1	2
	Summa wymłoc: Jęczmienia	36	20	Summa Plonu	47	1	
	OWIES.						
10 Listop:	Wymłocono na Folwarku B	10	-	- -	12	3	-
24 - -	na Folwarku A	7	20	- -	9	1	2
12 Grud:	na Gumnie -	5	-	- -	7	2	1
17 - -	na Folwarku C	4	10	- -	6	3	1
	Summa wymłoconego Owsa	26	30	Summa Plonu	36	2	-
	GROCH.						
6 Paźdz:	Wymłocono na Gumnie -	3	10	- -	2	3	1
15 - -	na Folwarku B	2	40	- -	2	-	2
	Samma wymłoconego Grochu	5	50	Summa Plonu	4	3	3

ROZCHOD ZIARNA.

R. 1793.	PSZENICA.	Korce	Cwier	Miary
10 Paźdz:	Na wysiew - -	10	2	2
22 - -	Na wysiew - -	7	1	3
15 - -	Na mąkę - -	6	2	1
20 - -	Na przedaż - -	15	3	-
4 Listop:	Na przedaż - -	5	2	-
	Summa wydaney Pszenicy	45	3	2
	ZYTO.			
9 Paźdz.	Na wysiew - -	6	2	-
12 - -	Na wysiew - -	15	-	2
24 - -	Na mąkę - -	10	3	-
30 - -	Na przedaż - -	4	-	-
4 Grud:	Na ordynarye Służącym -	9	1	2
	Summa wydanego Zyta	45	3	-
	JĘCZMIEN,			
5 Listop:	Na mąkę - -	4	2	-
- - -	Na krupy - -	2	1	-
9 - -	Na słód - - -	6	3	-
20 - -	Na przedaż - -	5	-	-
4 Grud:	Na prowiant - -	2	2	1
15 - -	Na ordynarya N - -	1	1	2
	Summa wydanego Jęczmienia	22	1	3
	OWIES.			
12 Listop:	Na obrok koniom -	6	2	-
16 Grud:	Na ósypkę dla wieprzów -	2	1	2
19 - -	Dla kur i kaczek -	-	3	2
30 - -	Na prowiant - -	3	2	-
31 - -	Dla koni do Warszawy -	1	-	2
	Summa wydanego Owsa	14	1	2

RESZTA ZBOŻA W SNOPACH.

NA ROK PANSKI 1794.	Kopy	Snopy
Pszenicy na Folwarku N zostaie się - -	2	2
Zyta na Folwarku N zostaie się	6	21
Jęczmienia w Gumnie - -	4	32
Owsa na Folwarku B - . -	3	35
Tatarki na Folwarku C - -	1	50

RESZTA ZBOŻA W SZPICHLERZU.

NA ROK PANSKI 1794.	Korce	Cwier:	Miary
Pszenicy zostaie się -	6	2	1
Zyta - - -	12	2	1
Jęczmienia - -	26	3	1
Owsa - - -	22	-	3
Tatarki - - -	1	2	-
Grochu - - -	3	-	-
Rzepaku - -	-	3	-
Prosa - - -	-	2	-
Siemienia konopnego -	-	3	2
Nasienia lnianego -	-	2	1

TABLICA JENERALNA PERCEPTY Y EXPENSY Z WIOSKI N III.

Rok Pański 1793.

Percepta z Gruntów.	*Wysiew Zboża.* Korce.	Cwierci	Garce.	*Zbiór Zboża.* Kopy.	Snopy.	*Omłot i Plon Zboża.* Korce.	Cwierci	Garce.
Przenica - -	25	-	-	46	32	52	I	3
Zyto - - -	21	2	3	62	51	58	I	I
Jęczmień - -	6	2	-	44	2	49	I	
Groch - - -	3	2	-	7	30	4	3	3
Owies - - -	7	2	3	30	5	36	2	
Tatarka - - -	-	3	2	10	15	7	I	
Proso - - -	-	I	I	4	40	2	3	I
Lniane siemię -	.	I	-	6	-	4	2	
Konopne siemię	.	-	2	5	-	2	3	2
Summa	65	2	3	216	55	218	2	2

Rozchód Zboża.	Korce.	Cwierc	Garce.
Na wysiew i mąkę	31	2	I
Na wysiew, mąkę i solarye	37	2	3
Na wysiew, mąkę i solarye.	12	3	
Na potrzeby domowe.			
Dla koni i na osypkę			
Summa			

Sprzedanie na pieniądze Zboża.	Korce.	Cwier.	Garce	Złote.	Grosze.	Szelągi
Za	25	1				
Za	9					
Za	I					
sum.						

Reszta Zboża. W Szpichlerzu.	Korce.	Cwier.	Garce.
Pszenicy zostaie . -	6	2	I
Zyta - -	12	2	I
Jęczmienia -	26	3	1
Grochu -	3		
Owsa - -	22	-	3
Tatarki -	I	2	
Prosa - .	-	2	
Lnianego siemienia -	-	2	2
Konopnego siemienia .	-	3	2

Rok Pański 1793.

Gatunki Percepty prócz Zboża.	Złote.	Grosze	Szelągi
Z Arendy Karczmy - - - - . -	200	.	
Od Krow za masło i ser - - - - -	170	20	
Od Drobiu sprzedanego - - - - - -	30	15	
Z czynszu od Chałupników - - - -	3	4	2
Za Skory sprzedane . - - - - -	20	10	
Za Sady naięte - - - - - .	40	-	
Za Płotno lniane - - - - - -	60	-	
Z Arendy Młynów - - - - - -	140	-	
Summa Percepty rozmaitey -	664	19	2

Gatunki Expensy prócz Zboża.	Złote.	Grosze	Szelągi
Rzemieslnikom od rozmaitey roboty - - - - -	30		
Za Drzewo na poprawę budowli - - - - -	70	20	
Za różne sprzęty Ekonomiczne, iako to: Zelaza, Wozy, Smołę -	150		
Za Konia, parę Wołów, i Krowę - - - -	190		
Podstarościemu pieniężney Solaryi - - - - -	60		
Służącym myta i zasług - - - - -	50		
Gospodarzowi w Folwarku N. - - - - -	40		
Summa Expensy wszelkiey - -	500	20	
Manent -	73	29	2

Roku 1793.	*Spisanie Jarzyn Ogrodowych.*	Zagony
Kapusta.	Zasadzonych zagonow było - -	20
	Przedano zagonów - -	7
	Ostatek nałożono w beczki, Nro.	3
Pasternak.	Zasianych zagonów było - - .	5
	Ten iest w lochu w schowaniu	
Rzepa	Zasianych zagonów - - -	30
	Ta na rozchód Czeladzi.	
Marchew.	Zasianych zaganow - - -	12
	Przedano zagonów - - -	4
	Ostatek schowano w lochy.	
Cebula.	Zasianych zagonów - - -	5
	Zostaie przy Włodarzu.	
Pietruszka.	Zasianych zagonów - - .	3
	Zostaie w schowaniu.	
Sady.	Na Folwarku A. przedany za Zł. -	70
	Na Folwarku B. przedany za Zł. -	50
	Summa pieniędzy za sprzedane Sady Zł	120
Siano.	Siana we dwoch Folwarkach znayduie się Brogów - - - .	7
Potraw.	Potrawu Brogów - - -	2
	Z tego Siana do przedaży odłożono Brogów	2

Percepta Drobiu 1793.	Gęsi.	Kury.	Jaia Gęsie.	Jaia. Kurze.	Kapłony.	Indyki.
Na Folwarku A. .	15	10			7	9
Przychowku z tych -	30	40			-	7
Na Folwarku B. -	12	9			10	3
Przychowku z tych -	30	42			-	6
Na Folwarku C. -	9	6			4	10
Przychowku z tych -	6	26			6	20

Rozchód Drobiu 1793.	Gęsi.	Kury.	Jaia Gęsie.	Jaia Kurze.	Kapłony.	Indyki.
Z Folwarku A. na Kuchnią Pańską za kwitem 7. Listop:	3	5			2	I
Z Folwarku B. na kuchnią Pańską za kwitem 15. Listopada	2	6			I	3
Z Folwarku C. na kuchnią Pańską 5. Grudnia -	4	10			2	I
Summa Drobiu wydanego -	9	21			5	

Bydła w Oborach spisanie 1793.	Krowy.	Jałowki	Cielce.	Roczne Cielce.	Przychowki	Woły.
Na Folwarku A. -	6	2	3	2		6
Na Folwarku B. -	16	3	-		6	9
Na Folwarku C. -	14	1	4	3	7	4
Summa Bydła wszelakiego	32	6	7	5	13	19

Y tak daley spisanie koni robotnych, wieprzów, Swiń, Skór bydlęcych.

Percepta Nabiału 1793.	*Masło.* Faski.	Kwar.	*Sery.* Kopy.	Sztuki.
W Folwarku A. od piąciu -	5	2	6	5
W Folwarku B. od szesnastu -	14	8	12	30
W Folwarku C. od dziewięciu	10	5	10	
Summa wszystkiego Nabiału	29	14	28	35

Rozchód Nabiału 1793.	*Masło.* Faski	Kwar.	*Sery.* Kopy.	Sztuki.
Z Folwarku A. wzięto na Pańską Spiżarnią 5. Wrz za kwitem. -	2	4	3	6
Z Folwarku B. na Pańską Spiżarnią wzięto 6. Października. -	4	12	4	30
Z Folwarku C. na Pańską Spiżarnią 15. Października. - -	2	10	5	10
Summa wydanego Nabiału -	8	26	12	46

Podobnie Percepta i Expensa z Browaru i Gorzalni porządnie ma bydź opisana.

Nakoniec dokładnie powinny bydź opisane: natura, żyzność i obszerność gruntów; tudzież opisanie budynków wszelakich, Szpichrza, Piwnicy, Obory, Stawów, Młynów, powinności Poddanych i t. d.